
الأدهم
فى
الإستاتيكا
هدية
مجانية
الصف الثانى الثانوى
2020
اسم الطالب /
المدرسـة /
الفصـل /
إعداد
أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

الدرس الأول
محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة

القوانين

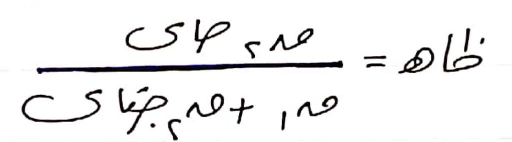
١) محصلة قوتين

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2ق_1ق_2\,\text{جتا}ى}$$

أو

$$ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + 2ق_1ق_2\,\text{جتا}ى$$

٢) زاوية ميل المحصلة على $ق_1$



$$\text{ظا}هـ = \frac{ق_2\,\text{جا}ى}{ق_1 + ق_2\,\text{جتا}ى}$$

مثال ١

قوتان مقدارهما ٥ ، ٣ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية والزاوية بينهما ٦٠° أوجد مقدار واتجاه المحصلة .

الحل

$ق_1 = 5$ نيوتن ، $ق_2 = 3$ نيوتن

$ى = 60°$

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2ق_1ق_2\,\text{جتا}ى}$$

$$\therefore ح = \sqrt{5^2 + 3^2 + 2\times5\times3\times\text{جتا}\,60°}$$

$= 7$ نيوتن .

$$\text{ظا}هـ = \frac{ق_2\,\text{جا}ى}{ق_1 + ق_2\,\text{جتا}ى}$$

$$\text{ظا}هـ = \frac{3\,\text{جا}\,60}{5 + 3\,\text{جتا}\,60}$$

shift | tan | ٥٥٥٥

$\therefore هـ = 21°\ 47'$ حيث هـ زاوية ميل المحصلة على القوة الأولى



١) القوتان فى نفس الاتجاه

تكون المحصلة قيمة عظمى وتساوى مجموع القوتين وتكون الزاوية بينهما ى = صفر°

٢) القوتان فى عكس الاتجاه

تكون المحصلة = الفرق بين القوتين وتكون قيمة صغرى وتكون الزاوية بينهما ى = ١٨٠°

والمحصلة فى اتجاه القوة الأكبر

$$ح = |ق_1 - ق_2|$$

٣ القوتان متعامدتان

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2}$$

$$ظا\ هـ = \frac{ق_2}{ق_1}$$

٤ القوتان متساويتان

$$ح = 2\ ق\ جتا\left(\frac{ى}{2}\right)$$

$$هـ = \frac{ى}{2}$$ ← المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين

على فكرة إذا كانت الزاوية بين القوتين ١٢٠° والقوتين متساويتين فإن المحصلة = أحدى القوتين.

٥ المحصلة عمودية على أحد القوتين

تكون عمودية على القوة الأصغر $ق_1$

$$ح^2 = ق_2^2 - ق_1^2$$

$$جتا\ ى = \frac{-ق_1}{ق_2}$$

الكل

١ إذا كانت ٥ ، ٣ نيوتن قوتين فإن ح ∈ [٢ ، ٨]

الفرق بينهم قيمة صغرى — مجموعهم قيمة عظمى

٢ إذا كانت محصلة ٤ ، ٦ نيوتن = ١٠ نيوتن فإن الزاوية بينهم = صفر
لأن المحصلة قيمة عظمى

٣ إذا كانت محصلة قوتين ٤ ، ٦ = ٢ نيوتن فإن قياس الزاوية بينهم = ١٨٠°
قيمة صغرى [في عكس الاتجاه]

٤ إذا كانت ٦ ، ٦ نيوتن محصلتهم = ٦ نيوتن فإن قياس الزاوية بينهم = ...
= ١٢٠°

مثال ٢

إذا كانت ح محصلة قوتين و [١٢ ، ٣٢] فأوجد القوتين ثم احسب المحصلة إذا كانت الزاوية بينهما = ٦٠°

الحل

ق١ − ق٢ = ١٢ ①

ق١ + ق٢ = ٣٢ ②

بالجمع

٢ق١ = ٤٤

∴ ق١ = ٤٤/٢ = ٢٢ نيوتن

بالتعويض في ①

∴ ٢٢ − ق٢ = ١٢

٢٢ − ١٢ = ق٢

∴ ق٢ = ١٠ نيوتن

إذا كانت ى = ٦٠°

فإن

ح = √(ق١² + ق٢² + ٢ق١ق٢ جتاى)

= √((٢٢)² + (١٠)² + ٢×٢٢×١٠× جتا٦٠)

= ٢√٢٠١ نيوتن

مثال ٣

قوتان مقدارهما ٦ ، ق نيوتن وقياس الزاوية بينهما ١٣٥° أوجد مقدار المحصلة إذا كانت تميل بزاوية ٤٥° على ق

الحل

ق١ = ٦ نيوتن ، ق٢ = ق

ى = ١٣٥° ، ميل هـ على ق = ٤٥°

∵ ظا هـ = ق١ جاى / (ق٢ + ق١ جتاى) ∵ ظا ٤٥ = ١

∴ ٦ جا١٣٥° / (ق + ٦ جتا١٣٥°) = ١

∴ ق + ٦ جتا١٣٥° = ٦ جا١٣٥°

∴ ق = ٦ جا١٣٥° − ٦ جتا١٣٥°

∴ ق = ٦√٢ نيوتن

وبالتعويض بحيث ح

ح = √(ق١² + ق٢² + ٢ق١ق٢ جتاى)

ح = √(٦² + (٦√٢)² + ٢×٦×٦√٢ جتا١٣٥°)

= ٦ نيوتن

مثال ٤

قوتان مقداريهما ٣٠، ١٦ ث.جم فإذا كان مقدار محصلتهم = ٢٦ ث.جم أوجد قياس الزاوية بينهما

الحل

$ق_1 = 30$ ث.جم $ق_2 = 16$ ث.جم

$ح = 26$ ث.جم $ى = ?$

$ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + 2 ق_1 ق_2$ جتاى

$(26)^2 = (30)^2 + (16)^2 + 2 \times 30 \times 16$ جتاى

$(26)^2 - (30)^2 - (16)^2 = 2 \times 30 \times 16$ جتاى

$-480 = 960$ جتاى

∴ جتاى $= \frac{-480}{960}$

shift cos

∴ $ى = 120°$

الحل

الفكرة هنجيب محصلتهم الاولى والثانية ونعتبرهم قوة واحدة وعندنا الثالثة يبقى كده قوتين مرة نجمعهم ومرة نطرحهم.

$ح_{1,2} = \sqrt{5^2 + 10^2 + 2 \times 5 \times 10}$ جتا ٦٠

$= 5\sqrt{7}$ نيوتن.

∴ القيمة العظمى الجديدة

$= 5\sqrt{7} + 4\sqrt{7} = 9\sqrt{7}$ نيوتن

القيمة الصغرى الجديدة

$= 5\sqrt{7} - 4\sqrt{7} = \sqrt{7}$ نيوتن

مثال ٥

إذا اثرت القوى الثلاث التى مقاديرها ٥، ١٠، $4\sqrt{7}$ نيوتن فى نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين الاولى والثانية $= 60°$ أوجد القيمة العظمى والصغرى للمحصلة

ملحوظة من خصائص القوة

تحتاج

① مقدار ② إتجاه

③ نقطة تأثير

مثال ٦

قوتان مقدارهما ١٢ ، ١٥ نيوتن وجيب تمام الزاوية بينهما $\frac{-٤}{٥}$ أوجد مقدار محصلتهما وزاوية ميلها على ق١

الحل

ق١ = ١٢ نيوتن ، ق٢ = ١٥ نيوتن

جتا ى = $\frac{-٤}{٥}$

ح = $\sqrt{\text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2 + ٢\,\text{ق}_1\,\text{ق}_2 \text{ جتا ى}}$

ح = $\sqrt{(١٢)^2 + (١٥)^2 + ٢ \times ١٢ \times ١٥ \times \frac{-٤}{٥}}$

∴ ح = ٩ نيوتن

(مثلث أضلاعه ٥ ، ٤ ، ٣ والزاوية ى)

فى الربع الثانى زاوية منفرجة

جتا ى = $\frac{-٤}{٥}$ ، جا ى = $\frac{٣}{٥}$

ظا هـ = $\frac{\text{ق}_2 \text{ جا ى}}{\text{ق}_1 + \text{ق}_2 \text{ جتا ى}}$ = $\frac{١٥ \times \frac{٣}{٥}}{١٢ + ١٥ \times \frac{-٤}{٥}}$ = غير معرف

∴ هـ = ٩٠°

* وعلى فكرة يا شباب *

لو لاحظت إن جتا ى = $\frac{-٤}{٥}$ = $\frac{-١٢}{١٥}$

= $\frac{-\text{ق}_1}{\text{ق}_2}$

∴ المحصلة عمودية على القوة الأولى

∴ هـ = ٩٠°

مثال ٧

قوتان متساويتان فى المقدار ومحصلتهما ٩٠$\sqrt{٣}$ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ٦٠° أوجد مقدار كل من القوتين.

الحل

ق١ = ق٢ = ق

ح = ٩٠$\sqrt{٣}$ ، ى = ٦٠°

∴ ح = ٢ ق جتا $\frac{\text{ى}}{٢}$

٩٠$\sqrt{٣}$ = ٢ ق جتا ٣٠

٩٠$\sqrt{٣}$ = ٢ ق × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ ق١ = ق٢ = ٩٠ نيوتن.

مثال ٨

قوتان مقدارهما ٦ ، ق ث.كجم وقياس الزاوية بينهما ١٣٥° أوجد مقدار المحصلة إذا كان خط عمل المحصلة يميل بزاوية ٤٥° على ق

الحل

أيه رأيك يا شباب نتخطش فى القانون

ضبط

ق١ = ق ، ق٢ = ٦

ى = ١٣٥ ، هـ = ٤٥°

∴ ظا هـ = $\frac{\text{ق}_2 \text{ جا ى}}{\text{ق}_1 + \text{ق}_2 \text{ جتا ى}}$ ∴ ظا ٤٥ = $\frac{٦ \text{ جا } ١٣٥}{\text{ق} + ٦ \text{ جتا } ١٣٥}$

$\frac{٦ \text{ جا } ١٣٥°}{\text{ق} + ٦ \text{ جتا } ١٣٥}$ = ١

$\frac{٣\sqrt{٢}}{\text{ق} - ٣\sqrt{٢}}$ = ١ ∴ ق − ٣$\sqrt{٢}$ = ٣$\sqrt{٢}$

∴ ق = ٣$\sqrt{٢}$ + ٣$\sqrt{٢}$ = ٦$\sqrt{٢}$ ث.كجم

$\because$ ح $= \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2ق_1ق_2 \text{ جتا}ى}$

$\therefore$ ح $= \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + (6)^2 + 2\times 6\sqrt{2}\times 6 \times \text{جتا } 135°}$

$\therefore$ ح $= 6$ ث.كجم

مثال ٩

قوتان متساويتان في المقدار وتتلاقيان في نقطة ومقدار محصلتهما = ١٢ ث.كجم وإذا عكس اتجاه إحداهما فإن مقدار المحصلة يساوي ٦ ث.كجم . أوجد مقدار كل من القوتين

الحل

ق ، ق ، ق ، ح = ٦ ، ح = ١٢ ، ى ، ١٨٠ − ى

ح$_1$ = ٢ق جتا $\frac{ى}{2}$ = ١٢

$\therefore$ ق جتا $\frac{ى}{2}$ = ٦ ← (١)

ح$_2$ = ٢ق جتا $(\frac{180-ى}{2})$ = ٦

٢ق جتا $(90 - \frac{ى}{2})$ = ٦

ق جا $(\frac{ى}{2})$ = ٣ ← (٢)

بتربيع كل من المعادلتين وجمعهما

$\therefore$ ق^2 جتا$^2 \frac{ى}{2}$ + ق^2 جا$^2 \frac{ى}{2}$ = ٣٦ + ٩

ق^2 [جتا$^2 \frac{ى}{2}$ + جا$^2 \frac{ى}{2}$] = ٤٥

ق^2 = ٤٥

$\therefore$ ق = $\sqrt{45}$ = $3\sqrt{5}$ ث.كجم

مثال ١٠

ق ، ٢ق قوتان تؤثران في نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها ى ومقدار محصلتهما $\sqrt{5}$ ق(م+١) وإذا أصبح قياس الزاوية بينهما (٩٠° − ى) فإن مقدار المحصلة = $\sqrt{5}$ ق(م−١) أثبت أن ظاى = $\frac{م-2}{م+2}$

الحل

الحالة الأولى

$[\sqrt{5}$ ق(م+١)$]^2$ = ق^2 + (٢ق)^2 + ٢×ق×٢ق جتاى

$\therefore$ ٥ق^2(م+١)^2 = ق^2 + ٤ق^2 + ٤ق^2 جتاى

٥ق^2(م^2+٢م+١) − ٥ق^2 = ٤ق^2 جتاى

٥ق^{2}م^2 + ٥ق^2×٢م + ٥ق^2 − ٥ق^2 = ٤ق^2 جتاى

٥ق^{2}م[م+٢] = ٤ق^2 جتاى ← (١)

الحالة الثانية

$[\sqrt{5}$ ق(م−١)$]^2$ = ق^2 + (٢ق)^2 + ٢×ق×٢ق جتا(٩٠−ى)

$\therefore$ ٥ق^2(م^2−٢م+١) = ٥ق^2 + ٤ق^2 جاى

٥ق^2(م^2−٢م+١) − ٥ق^2 = ٤ق^2 جاى

٥ق^{2}م(م−٢) = ٤ق^2 جاى ← (٢)

بقسمة (٢) ÷ (١)

$\frac{\text{٤ق}^2 \text{ جاى}}{\text{٤ق}^2 \text{ جتاى}} = \frac{\text{٥ق}^2\text{م(م−٢)}}{\text{٥ق}^2\text{م(م+٢)}}$

$\therefore$ ظاى = $\frac{م-2}{م+2}$ #

اختر قوتان ٣ ، ق نيوتن وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° ، إذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الأولى فإن ق = ...

(أ) ١,٥ (ب) ٣ (ج) $٣\sqrt{٣}$ (د) ٦

مثال ١١ قوتان متساويتان في المقدار "ق" بينهما زاوية ١٢٠° وإذا تضاعفت القوتان وأصبح قياس الزاوية بينهما ٦٠° زادت المحصلة بمقدار ١١ ث.كجم عن الحالة الأولى أوجد مقدار ق

الحل

∵ $ق_١ = ق_٢ = ق$ ، ى = ١٢٠°

∴ $ح_١ = ٢ق \text{ جتا } \frac{ى}{٢}$

$ح_١ = ٢ق \text{ جتا } \frac{١٢٠}{٢}$

$\boxed{ح_١ = ق}$

وعندما $ق_١ = ق_٢ = ٢ق$ ، ى = ٦٠°

$ح_٢ = ٢(٢ق) \text{ جتا } \frac{٦٠}{٢} = ٤ق \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$\boxed{ح_٢ = ٢\sqrt{٣}\, ق}$

∵ $ح_٢ - ح_١ = ١١$

$٢\sqrt{٣}\, ق - ق = ١١$

$ق(٢\sqrt{٣} - ١) = ١١$

∴ $ق = \frac{١١}{٢\sqrt{٣} - ١} =$

∴ $ق = ١ + ٢\sqrt{٣}$ ث.كجم



١) قوتان مقدارهما ٥ ، ٧ نيوتن ويعملان بينهما زاوية ١٢٠° أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها على القوة الأولى.

---

٢) أوجد مقدار واتجاه محصلة قوتين ٨٠ ، ٨٠ نيوتن إذا كانت الزاوية بينهما ١٢٠°

---

٣) قوتان مقدارهما ٣٠ ، ١٦ نيوتن ومقدار محصلتهما ٢٦ نيوتن أوجد قياس الزاوية بينهما

---

٤) قوتان مقدارهما ١٢ ، ق ث.كجم تؤثران في نقطة ويعملان بينهما زاوية ١٢٠° أوجد مقدار ق إذا كانت المحصلة تميل على القوة ١٢ بزاوية قياسها ٣٠°

---

٥) قوتان متعامدتان مقدارهما (٢ق − ٥) ، (ق + ٢) أوجد مقدار كل منهما إذا كانت المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين

---

٦) قوتان متلاقيتان في نقطة ومقدار احدهما ضعف مقدار الأخرى فإذا كان اتجاه المحصلة عمودياً على الصغرى فأوجد قياس الزاوية بينهما

(٧) ثلاث قوى متلاقية فى نقطة واحدة مقاديرهم ٣ ، ٥ ، ١٠ نيوتن فإذا كان قياس الزاوية بين ٣ ، ٥ هو ٦٠° فأوجد القيمة العظمى والصغرى لمحصلة القوى الثلاثة

(٨) قوتان مقدارهما ق١ ، ق٢ نيوتن ومحصلتهما ح ∈ [٢ ، ١٠] حيث ق١ > ق٢ أوجد قيمة ق١ ، ق٢ ثم أوجد مقدار المحصلة عندما تكون الزاوية بينهما ١٢٠°

(٩) قوتان متساويتان فى المقدار ومتلاقيتان فى نقطة ومقدار محصلتهما ١٢ ث.كجم وإذا عكس اتجاه إحداهما فإن مقدار محصلتهما ٦ ث.كجم أوجد مقدار كل منهما.

اختر الإجابة الصحيحة

(١٠) قوتان مقدارهما ٣ق ، ٤ق ومقدار محصلتهما ٥ق فإن قياس الزاوية بينهما (صفر أو ٦٠° أو ٩٠° أو ١٨٠°)

(١١) قوتان متلاقيتان فى نقطة مقدارهما ٣ ، ٥ وقياس الزاوية بينهما ٦٠° فإن مقدار المحصلة ح = ... (٢ أو ٧ أو ٨ أو ٥)

(١٢) إذا طبقت محصلة قوتين فى عظمى فإن قياس الزاوية بينهما = ... (٦٠ ، ٩٠ أو صفر أو ١٨٠°)

(١٣) إذا كانت القوتان ٨ق ، ٥ق محصلتهما ٣ق فإن قياس الزاوية بينهما = ... (١٨٠° أو ١٢٠° أو صفر أو ٩٠°)

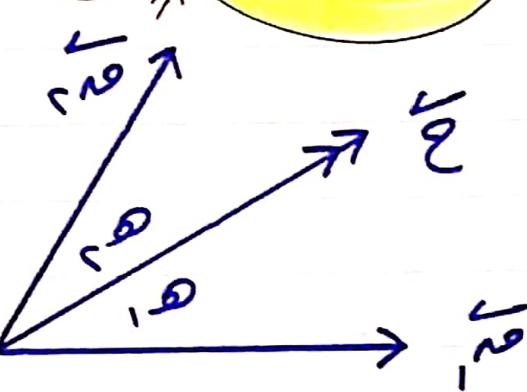
(١٤) القيمة العظمى والصغرى على الترتيب لمحصلة القوتين ٨ ، ١٣ هما ... (٨ ، ١٣ أو ٥ ، ١٣ أو ٢١ ، ٨ أو ٢١ ، ٥)

(١٥) قوتان متساويتان فى المقدار قياس الزاوية بينهما $\frac{\pi}{2}$ ومقدار محصلتهما = ٨ نيوتن فأوجد مقدار كل منهما (٢√٢ أو ٤ أو ٤√٢ أو ٨)

قال رسول الله صلى الله عليه وسلم

كلمتان خفيفتان على اللسان ثقيلتان فى الميزان حبيبتان للرحمن سبحان الله وبحمده سبحان الله العظيم.

الدرس الثاني
تحليل القوة إلى مركبتين

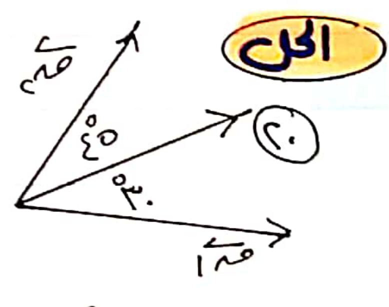


$$\frac{ق_1}{جا\,هـ_2} = \frac{ق_2}{جا\,هـ_1} = \frac{ح}{جا(هـ_1+هـ_2)}$$

مثال ١

حلل قوة مقدارها ٢٠ نيوتن إلى مركبتين تميلان على القوة بـ ٣٠° ، ٤٥°

الحل

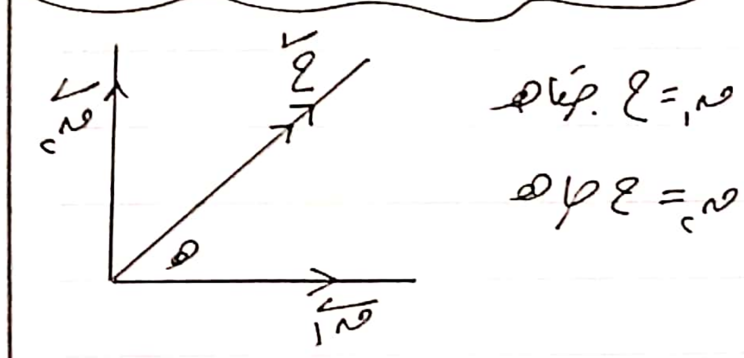


$$\frac{ق_1}{جا\,٤٥} = \frac{ق_2}{جا\,٣٠} = \frac{٢٠}{جا(٣٠+٤٥)}$$

$$ق_1 = \frac{٢٠\,جا\,٤٥}{جا\,٧٥} \simeq ١٤٫٦ \text{ نيوتن}$$

$$ق_2 = \frac{٢٠\,جا\,٣٠}{جا\,٧٥} \simeq ١٠٫٤ \text{ نيوتن}$$

إذا كانت القوتان متعامدتان

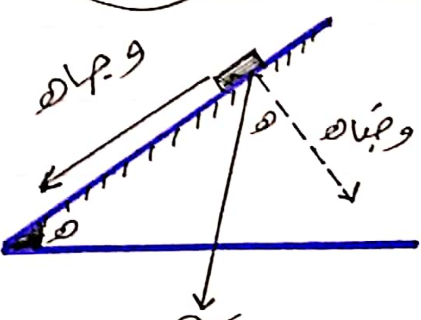


$ق_1 = ح\ جتا\,هـ$

$ق_2 = ح\ جا\,هـ$

مطرح ما الزاوية تمام نضرب في جيب التمام

في حالة المستوى المائل



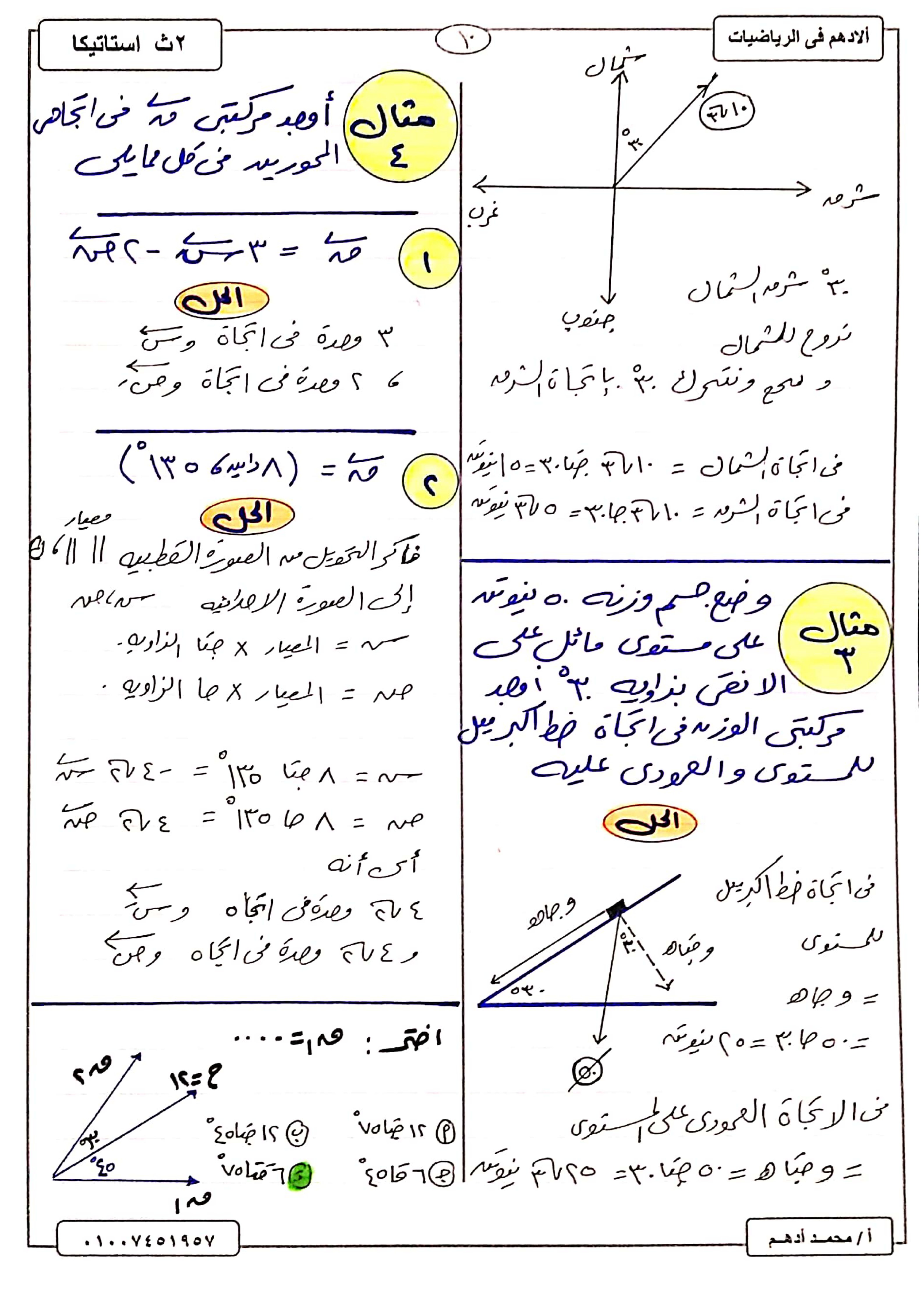
مركبة الوزن في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى = و جا هـ

" " " " العمودي على المستوى = و جتا هـ

مثال ٢

حلل قوة مقدارها ١٠√٣ نيوتن تعمل في اتجاه ٣٠° شرق الشمال في اتجاه الشمال والشرق

الحل



شمال
١٠√٣
٣٠°
شرق
غرب
جنوب

٣٠° شرق الشمال

نروح للشمال

و نمسح ونتحرك ٣٠° باتجاه الشرق

فى اتجاه الشمال = ١٠√٣ جتا ٣٠ = ١٥ نيوتن

فى اتجاه الشرق = ١٠√٣ جا ٣٠ = ٥√٣ نيوتن

مثال ٣

وضع جسم وزنه ٥٠ نيوتن على مستوى مائل على الافقى بزاوية ٣٠° أوجد مركبتى الوزن فى اتجاه خط اكبر ميل للمستوى والعمودى عليه

الحل

و جا هـ
٣٠°
و جتا هـ
٣٠°
(٥٠)

فى اتجاه خط اكبر ميل للمستوى

= و جا هـ

= ٥٠ جا ٣٠ = ٢٥ نيوتن

فى الاتجاه العمودى على المستوى

= و جتا هـ = ٥٠ جتا ٣٠ = ٢٥√٣ نيوتن

مثال ٤

أوجد مركبتى $\vec{ق}$ فى اتجاهى المحورين فى كل مما يلى

---

(١) $\vec{ق} = ٣ \vec{س} - ٢ \vec{ص}$

الحل

٣ وحدة فى اتجاه $\vec{و س}$

، ٢ وحدة فى اتجاه $\vec{و ص}$

---

(٢) $\vec{ق} = (٨ ، ١٣٥°)$

الحل

فاكر التحويل من الصورة القطبية || معيار ، ي || إلى الصورة الاحداثية س ، ص

س = المعيار × جتا الزاوية.

ص = المعيار × جا الزاوية.

س = ٨ جتا ١٣٥° = -٤√٢ $\vec{س}$

ص = ٨ جا ١٣٥° = ٤√٢ $\vec{ص}$

أى أنه

٤√٢ وحدة فى اتجاه $\vec{و س}$

و ٤√٢ وحدة فى اتجاه $\vec{و ص}$

اختر : ق١ = ...

ق٢
ع = ١٢
٩٠
٤٥°
ق١

(أ) ١٢ جتا ٧٥° (ب) ١٢ جتا ٤٥°

(ج) ٦ جتا ٤٥° (د) ٦ جتا ٧٥°

السبب

$$\frac{ق_1}{جا ٣٠} = \frac{ق_2}{جا ٤٥} = \frac{١٢}{جا ٧٥}$$

$$\therefore ق_1 = \frac{١٢ \ جا ٣٠}{جا ٧٥} = \frac{٦}{جا ٧٥} = ٦ \ قتا ٧٥^\circ$$

مثال ٥

حلل القوة ١٢٠ نيوتن في اتجاه $ق_1$ ، $ق_2$

الحل

الزاوية ٤٨° بالتبادل

$$\frac{ق_1}{جا ٤٨^\circ} = \frac{ق_2}{جا ٩٠^\circ} = \frac{١٢٠}{جا ١٣٨^\circ}$$

$$ق_1 = \frac{١٢٠ \ جا ٤٨^\circ}{جا ١٣٨^\circ} = ١٣٣,٢٧ \ \text{نيوتن}$$

$$ق_2 = \frac{١٢٠ \ جا ٩٠^\circ}{جا ١٣٨^\circ} = ١٧٩,٣٤ \ \text{نيوتن}$$

مثال ٦

مصباح وزنه ٢٠ نيوتن معلق بحبلين معدنيين أجـ ، بجـ يميلان على الأفقي بزاويتين متساويتين كل منهما ٥°

المطلوب

(أ) حلل وزن المصباح في الاتجاهين جـأ ، جـب

(ب) ماذا يحدث لمركبة الوزن في اتجاهي الحبلين المعدنيين إذا نقص قياس زاويته مع الأفقي عن ٥° وماذا تتوقع لمقدار مركبة الوزن عندما يصبح الحبل أفقياً؟

الحل

(أ)
$$\frac{و_1}{جا ٨٥^\circ} = \frac{و_2}{جا ٨٥^\circ} = \frac{٢٠}{جا (٨٥+٨٥)^\circ}$$

$$\therefore و_1 = و_2 = \frac{٢٠ \ جا ٨٥^\circ}{جا ١٧٠^\circ} \simeq ١١٤,٧٤ \ \text{نيوتن}$$

(ب) عندما تقل الزاوية مع الأفقي عن ٥° فإن مقدار مركبة الوزن في اتجاهي الحبلين يزداد إلى أن يصبح لانهائياً عندما يكون الحبل أفقياً.

مثال ٧

يراد سحب بارجة بواسطة قاطرتين ب ، جـ وباستخدام المعطيات من الشكل أوجد الشد في كل من الحبلين

الحل

$ش_1$ في اتجاه $\overleftarrow{أب}$ ، $ش_2$ في اتجاه $\overleftarrow{أجـ}$

$$\frac{ش_1}{جا ٣٠^\circ} = \frac{ش_2}{جا ٤٥^\circ} = \frac{٥٠٠٠}{جا ٧٥^\circ}$$

$$\therefore ش_1 = \frac{٥٠٠٠ \ جا ٣٠}{جا ٧٥^\circ} = ٢٥٨٨,٢ \ \text{نيوتن}$$

$$ش_2 = \frac{٥٠٠٠ \ جا ٤٥}{جا ٧٥^\circ} = ٣٦٦٠,٣ \ \text{نيوتن}$$

في الجنة هناك بيوتا
تبنى بالذكر
فاذكروا الله كثيراً ♡.



مثال ٨

حلل قوة أفقية ١٦٠ ث.جم في اتجاهين متعامدين أحدهما يميل على الأفقي بزاوية ٣٠° لأعلى

الحل

(شكل: ق١ ، ٣٠ ، ١٦٠ ، ق٢)

ق١ لأعلى = ١٦٠ جتا ٣٠°

= ٨٠√٣ ث.جم

ق٢ لأسفل = ١٦٠ جا ٣٠

= ٨٠ ث.جم

مثال ٩

حُللت قوة مقدارها ١٠√٣ نيوتن إلى مركبتين متعامدتين مقدار أحدهما ١٥ نيوتن فأوجد مقدار المركبة الأخرى

الحل

طبعاً هنحل المثال ده بفكرة الدرس اللي فات الحل

المحصلة ح = ١٠√٣ ، ى = ٩٠°

ق١ = ١٥ نيوتن

∴ ح = √(ق١² + ق٢²)

(١٠√٣)² = (١٥)² + ق٢²

٣٠٠ = ٢٢٥ + ق٢²

ق٢² = ٣٠٠ − ٢٢٥ = ٧٥

∴ ق٢ = √٧٥ = ٥√٣ نيوتن

ان لم تتألم لن تتعلم



١) حلل قوة مقدارها ٨٠٠ نيوتن إلى اتجاهين يصنعان ٣٠° ، ٤٠°

٢) حلل قوة مقدارها ١٠٠ نيوتن إلى اتجاهين متعامدين أحدهما يصنع ٣٠°

٣) قوة مقدارها ١٨ نيوتن تعمل في اتجاه الجنوب أوجد مركبتيها في اتجاهي ٦٠° شرق الجنوب ، ٣٠° غرب الجنوب.

٤) حلل قوة مقدارها ٩٠ نيوتن إلى قوتين متساويتين في المقدار وقياس الزاوية بين اتجاهيهما ٦٠°.

٥) أوجد مقدار المركبتين المتعامدتين (في خط أكبر ميل والعمودي) لوزن جسم ٨٠ نيوتن موضوع على مستوى مائل على الأفقي بزاوية ٣٠°

٦) مستوى مائل طوله ١٣٠ سم وارتفاعه ٥٠ سم وضع عليه جسم وزنه ٣٩٠ نيوتن أوجد مركبتي الوزن في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى والاتجاه العمودي عليه.



الشرط اللازم والكافى لاتزان مجموعة من القوى المستوية أن تمثل هندسيًا بأضلاع مضلع مقفل مأخوذة فى اتجاه دورى واحد

ح س = ٠ ، ح ص = ٠

خطوات حل المسألة

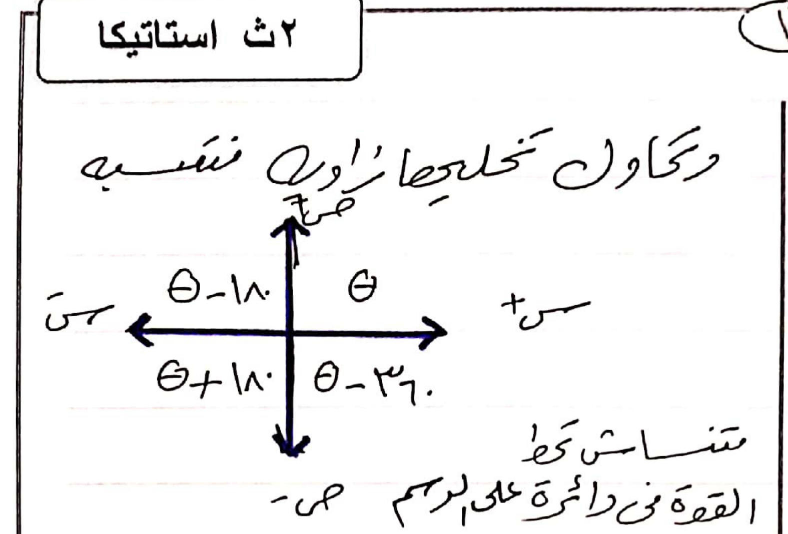
(١) نرسم المسألة فى نظام احداثى متعامد ولوفيه اتجاهات تكتب الاتجاهات على الرسم

(٢) نحدد كل قوة والزاوية التى تصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

(٣) نجيب س = ق جتاهـ ، ص = ق جاهـ

(٤) نجيب ح = $\sqrt{س^2 + ص^2}$

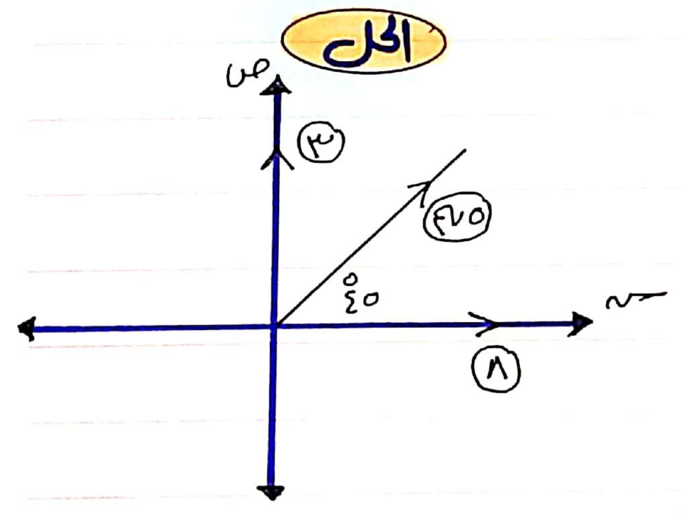
(٥) ولتحديد ظاهـ = $\frac{ص}{س}$ من غير اشارات وتشوف الربع اللى تقع فيه



مثال ١

ثلاث قوى مستوية وتلاقية فى نقطة فإذا كانت الزاوية بين الاولى والثانية = ٤٥° وبين الثانية والثالثة = ٤٥° فأوجد مقدار واتجاه المحصلة حيث القوى هى ٨ ، ٢√٥ ، ٣ نيوتن

الحل



القوة	٨	٢√٥	٣
قياس زاويتها القطبية	صفر	٤٥°	٩٠°

س = ٨ جتا ٠° + ٥ ٢√ جتا ٤٥° + ٣ ٢√ جتا ٩٠°
= ١٣ نيوتن

ص = ٨ جا ٠° + ٥ ٢√ جا ٤٥° + ٣ ٢√ جا ٩٠°
= ٨ نيوتن

ح = $\sqrt{س^2 + ص^2}$ = $\sqrt{(١٣)^2 + (٨)^2}$
= $\sqrt{٢٣٣}$ ≃ ١٥,٢٦٤ نيوتن

ظا هـ = ص / س = ٨ / ١٣ في الربع الأول
∴ هـ ≃ ٣١° ٣٦َ

ق	١٢	٩	٥ ٢√	٧ ٢√	٧
θ	صفر	٩٠°	١٣٥°	٢٢٥°	٢٧٠°

تعرف تكمل انت

س =

ص =

ح =

ظا هـ =

مثال ٢

خمس قوى مستوية ومتلاقية في نقطة مقاديرها ١٢ ، ٩ ، ٥ ٢√ ، ٧ ٢√ ، ٧ نيوتن تعمل في الشرق ، الشمال ، الشمال الغربي ، الجنوب الغربي والجنوب على الترتيب أثبت أن المجموعة متزنة

الحل

مثال ٣

أ ب جـ د هـ و سداسي منتظم أثرت القوى ٦ ، ٢ ٣√ ، ٦ ، ٢ ٣√ نيوتن في $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{أجـ}$ ، $\overrightarrow{أد}$ ، $\overrightarrow{أهـ}$ على الترتيب أوجد مقدار واتجاه المحصلة

الحل

قياس كل زاوية من السداسي المنتظم = ١٢٠°

١٢٠ / ٤ = ٣٠°

كل ق = ٣٠°

ق	٦	$٢\sqrt{٣}$	٦	$٢\sqrt{٣}$
θ	صفر	٣٠°	٦٠°	٩٠°

س = ٦ جتا ٠ + $٢\sqrt{٣}$ جتا ٣٠° + ٦ جتا ٦٠°
+ $٢\sqrt{٣}$ جتا ٩٠° = ١٢ نيوتن

ص = ٦ جا ٠ + $٢\sqrt{٣}$ جا ٣٠° + ٦ جا ٦٠°
+ $٢\sqrt{٣}$ جا ٩٠° = $٦\sqrt{٣}$ نيوتن

ح = $\sqrt{س^٢ + ص^٢}$ = $\sqrt{(١٢)^٢ + (٦\sqrt{٣})^٢}$
= $٦\sqrt{٧}$ نيوتن

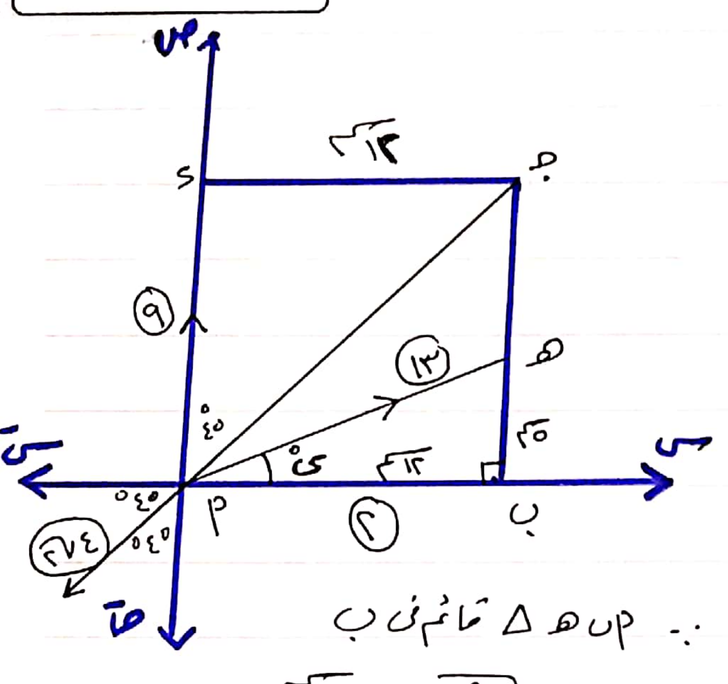
ظا هـ = $\frac{ص}{س}$ = $\frac{٦\sqrt{٣}}{١٢}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ هـ = ٤٠° ٥٣' ٣٦''

مثال ٤

أ ب جـ د مربع طول ضلعه ١٢ سم ، هـ ∈ ب جـ بحيث ب هـ = ٥ سم ، أثرت قوى مقاديرها ٢ ، ١٣ ، $٤\sqrt{٢}$ ، ٩ ث.جم فى الاتجاهات $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{أهـ}$ ، $\overrightarrow{أجـ}$ ، $\overrightarrow{أد}$ على الترتيب أوجد محصلة هذه القوى


الحل



∵ △ أ ب هـ قائم فى ب

∴ أهـ = $\sqrt{٥^٢ + ١٢^٢}$ = ١٣

جتا ى = $\frac{١٢}{١٣}$ ، جا ى = $\frac{٥}{١٣}$

ملاحظة اتجاه $\overrightarrow{جـ أ}$ يعنى فى الربع الثالث وعشان قطر المربع بينصف الزاوية يعنى ٤٥° فى الربع الثالث هتبقى ١٨٠ + ٤٥ = ٢٢٥°

ق	٢	١٣	$٤\sqrt{٢}$	٩
θ	صفر	ى	٢٢٥°	٩٠°

س = ٢ جتا ٠ + ١٣ جتا ى + $٤\sqrt{٢}$ جتا ٢٢٥°
+ ٩ جتا ٩٠°

= ٢ جتا ٠ + ١٣ × $(\frac{١٢}{١٣})$ + $٤\sqrt{٢}$ جتا ٢٢٥°
+ ٩ جتا ٩٠° = ١٠ ث.جم

ص = ٢ جا ٠ + ١٣ جا ى $(\frac{٥}{١٣})$ + $٤\sqrt{٢}$ جا ٢٢٥°
+ ٩ جا ٩٠° = ١٠ ث.جم

ع = $\sqrt{س^2 + ص^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$
ث.جم

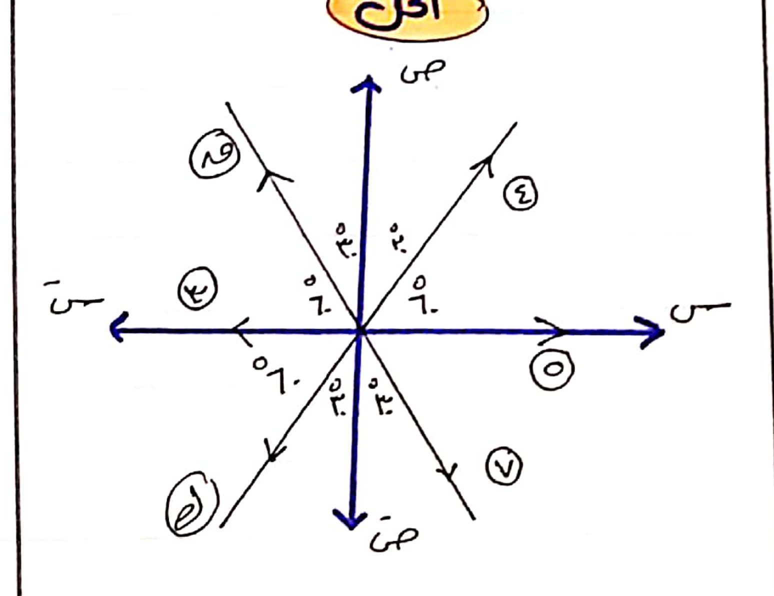
ظا هـ = $\frac{ص}{س} = \frac{10}{10} = 1$

∴ هـ = ٤٥° وفى إتجاه و حـ

مثال ٥

أثرت القوى المستوية ٥، ٤، ص، ٣، ل، ٧ نيوتن فى نقطة مادية والزاوية بين كل قوتين متتاليتين منها ٦٠° أوجد قيمة ص، ل إذا كانت المجموعة متزنة

الحل



ق	٥	٤	ص	٣	ل	٧
هـ	صفر	٦٠°	١٢٠°	١٨٠°	٢٤٠°	٣٠٠°

∵ المجموعة متزنة ∴ ح س = صفر ، ح ص = صفر

ح س = ٥ جتا ٠ + ٤ جتا ٦٠° + ص جتا ١٢٠° + ٣ جتا ١٨٠° + ل جتا ٢٤٠° + ٧ جتا ٣٠٠ = ٠

٥ + ٢ − $\frac{1}{2}$ ص − ٣ − $\frac{1}{2}$ ل + $\frac{7}{2}$ = ٠

٥,٧ − $\frac{1}{2}$ ص − $\frac{1}{2}$ ل = ٠ (× ٢)

ص + ل = ١٥ ⟸ (١)

ح ص = ٥ جا ٠ + ٤ جا ٦٠° + ص جا ١٢٠° + ٣ جا ١٨٠° + ل جا ٢٤٠° + ٧ جا ٣٠٠ = ٠

٠ + ٢$\sqrt{3}$ + $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × ص + ٠ + $(-\frac{\sqrt{3}}{2})$ ل + ٧ × $(-\frac{\sqrt{3}}{2})$ = ٠ بالضرب × ٢

٤$\sqrt{3}$ − ٧$\sqrt{3}$ + $\sqrt{3}$ ص − $\sqrt{3}$ ل = ٠

$\sqrt{3}$ ص − $\sqrt{3}$ ل = ٣$\sqrt{3}$ (÷ $\sqrt{3}$)

ص − ل = ٣ ⟸ (٢)

ص + ل = ١٥ ⟸ (١)

٢ص = ١٨ ∴ ص = $\frac{18}{2}$ = ٩ ث.جم

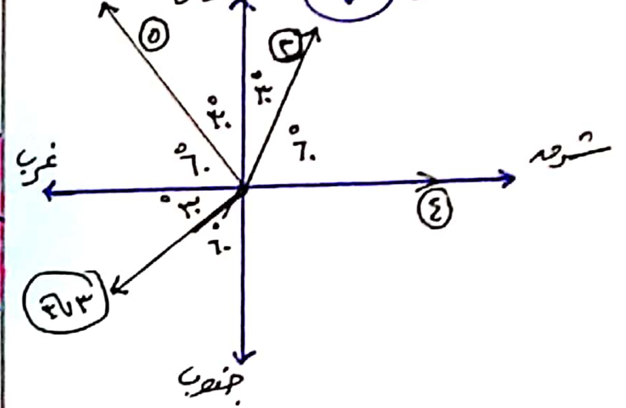
بالتعويض فى (١) ل + ٩ = ١٥

∴ ل = ١٥ − ٩ = ٦ ث.جم

مثال ٦

اربع قوى مستوية تؤثر فى نقطة مادية ، الأولى ٤ نيوتن فى اتجاه الشرق والثانية ٢ نيوتن فى اتجاه ٣٠° شرق الشمال والثالثة ٥ نيوتن فى اتجاه ٦٠° شمال الغرب والرابعة ٣√٣ نيوتن ،، ٦٠° غرب الجنوب أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى

الحل



ق	٤	٢	٥	٣√٣
θ	٠	٦٠°	١٢٠°	٢١٠°

س = ٤ جتا ٠° + ٢ جتا ٦٠° + ٥ جتا ١٢٠° + ٣√٣ جتا ٢١٠°

= -٢

ص = ٤ جا ٠° + ٢ جا ٦٠° + ٥ جا ١٢٠° + ٣√٣ جا ٢١٠°

= ٢√٣

∴ ح⃗ = -٢ س⃗ + ٢√٣ ص⃗

∴ ح = √((٢)² + (٢√٣)²) = ٤ نيوتن

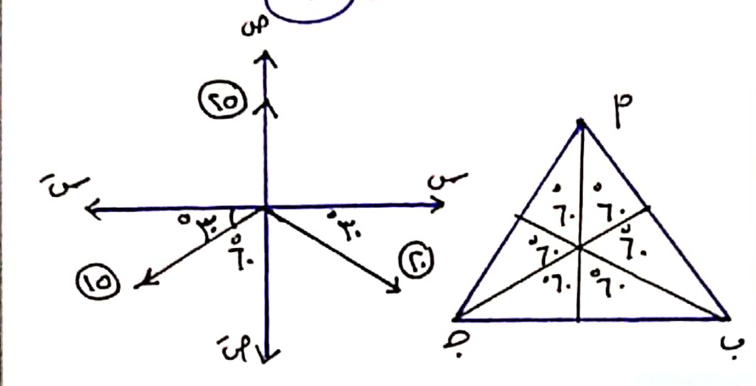
ظا هـ = ٢√٣ / ٢ = هـ = ٦٠° ولكن س < ٠ ، ص > ٠ فى الربع الثانى

١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠° ∴ هـ = ١٢٠°

مثال ٧

ا ب جـ مثلث متساوى الأضلاع فيه م نقطة تلاقى المتوسطات . أثرت القوى التى مقاديرها ١٠ ، ٢٠ ، ٢٥ نيوتن فى نقطة مادية فى الاتجاهات م⃗جـ ، م⃗ا ، م⃗ب أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

الحل



ق	٢٥	١٥	٢٠
θ	٩٠°	٢١٠°	٣٣٠°

س = ٢٥ جتا ٩٠° + ١٥ جتا ٢١٠° + ٢٠ جتا ٣٣٠°

= ٢,٥√٣

ص = ٢٥ جا ٩٠° + ١٥ جا ٢١٠° + ٢٠ جا ٣٣٠°

= ٧,٥

∴ ح = √((٢,٥√٣)² + (٧,٥)²) = ٥√٣ نيوتن

ظا هـ = ٧,٥ / ٢,٥√٣ = ∴ هـ = ٦٠°

أى أن المحصلة مقدارها ٥√٣ نيوتن وتصنع ٦٠° مع و س⃗

تذكر أن

أول: جا (٩٠ - هـ) = جتا هـ ، جتا (٩٠ - هـ) = جا هـ

ثانى: جا (٩٠ + هـ) = جتا هـ ، جتا (٩٠ + هـ) = - جا هـ

ثانى: جا (١٨٠ - هـ) = جا هـ ، جتا (١٨٠ - هـ) = - جتا هـ

ثالث: جا (١٨٠ + هـ) = - جا هـ ، جتا (١٨٠ + هـ) = - جتا هـ

رابع: جا (٣٦٠ - هـ) = - جا هـ ، جتا (٣٦٠ - هـ) = جتا هـ

مثال ٨

إذا كان $\overline{ق_1} = ٥\overline{س} + ٣\overline{ص}$

$\overline{ق_2} = أ\overline{س} + ٦\overline{ص}$

$\overline{ق_3} = -١٤\overline{س} + ب\overline{ص}$

وكانت $\overline{ح} = (١٠\sqrt{٢} ، \frac{٣}{٤}\pi)$ ← دي صورة قطبية

فاوجد قيمتي أ ، ب

الحل

$\overline{ح} = \overline{ق_1} + \overline{ق_2} + \overline{ق_3}$

$\overline{ح} = (٥ + أ - ١٤)\overline{س} + (٣ + ٦ + ب)\overline{ص}$

$\therefore \overline{ح} = (-٩ + أ)\overline{س} + (٩ + ب)\overline{ص}$

وكذلك $\overline{ح} = ١٠\sqrt{٢}$ جتا ١٣٥ $\overline{س}$ $+ ١٠\sqrt{٢}$ جا ١٣٥ $\overline{ص}$

$= -١٠\overline{س} + ١٠\overline{ص}$

$\therefore -٩ + أ = -١٠$

$أ = -١٠ + ٩ = -١$

، $٩ + ب = ١٠$

$\therefore ب = ١٠ - ٩ = ١$

$\therefore$ $أ = -١$ ، $ب = ١$

مثال ٩

إذا كان $\overline{ق_1} = ٢\overline{س} + ٣\overline{ص}$

$\overline{ق_2} = \overline{س} + \overline{ص}$

فاوجد مقدار المحصلة

الحل

$\overline{ح} = \overline{ق_1} + \overline{ق_2} = ٣\overline{س} + ٤\overline{ص}$

$\|\overline{ح}\| = \sqrt{(٣)^2 + (٤)^2} = ٥$ وحدة قوة

الواجب

١ اثرت ثلاث قوى مقاديرها ٢ ، ٣ ، $٢\sqrt{٣}$ ، ٥ نيوتن في نقطة مادية وكانت الزاوية بين كل قوتين متتاليتين ٦٠° ، ٣٠° ، ١٥٠° أوجد مقدار واتجاه المحصلة

٢ أربع قوى مستوية الأولى ٤ نيوتن في اتجاه الشرق والثانية ٢ نيوتن في اتجاه ٣٠° شرق الشمال والثالثة ٥ نيوتن ٦٠° شمال الغرب والرابعة $٢\sqrt{٣}$ في اتجاه ٦٠° غرب الجنوب أوجد مقدار واتجاه المحصلة

٣ أ ب جـ د هـ و سداسي منتظم اثرت القوى ٨ ، $٢\sqrt{٣}$ ، ٥ ، $٤\sqrt{٣}$ نيوتن في اتجاه $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{أد}$ ، $\overline{أهـ}$ على الترتيب أوجد مقدار واتجاه المحصلة

٤ القوى ٢٠ ، ١٠ ، ق ، ك نيوتن تؤثر في نقطة مادية وقياس الزاوية بين الأولى والثانية ٤٥° وبين الثانية والثالثة ٩٠° وبين الثالثة والرابعة ١٣٥° . فإذا كان مقدار المحصلة ١٠ نيوتن في اتجاه القوة ق فاوجد قيمة ق ، ك

من طلب العلا سهر الليالي وشد اللحاف وقال أنا مالي

الدرس الرابع
اتزان جسم تحت تأثير ثلاث قوى

ملاحظات هامة

(١) شرط اتزان جسم تحت تأثير قوتين

١- متساويتين فى المقدار
٢- متضادتين فى الاتجاه
٣- خط عملهما على استقامة واحدة

(٢) إذا كانت البكرة ملساء فإن

الشد فى فرعى الخيطين يكون متساوى

(٣) قاعدة مثلث القوى

كل قوة تتناسب مع طول الضلع المناظر لها

(٤) قاعدة الجدع اللى اسمه لامى

كل قوة تتناسب مع جيب الزاوية بين القوتين الآخرتين

(٥) مثلث القوى العمودى

كل قوة تتناسب مع طول الضلع العمودى عليها

(٦) المثلث القائم الزاوية ٣٠° ، ٦٠°

النسبة بين أضلاعه ١ : $\sqrt{3}$: ٢

ب ٣٠° ، ٦٠° ، الوتر ٩٠°

(٧) المثلث القائم المتساوى الساقين

١ : ١ : $\sqrt{2}$

(٨) طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

فى المثلث القائم = $\frac{1}{2}$ طول الوتر

(٩) طول متوسط المثلث القائم

والخارج من رأس القائمة = $\frac{1}{2}$ طول الوتر

(١٠) إذا رسم مستقيم يوازى أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين فإن المثلث الناتج يشابه الأصلى

(١١) القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث

توازى الضلع الثالث وتساوى $\frac{1}{2}$ طوله

(١٢) القطعة المستقيمة المرسومة من منتصف أحد الأضلاع موازية أحد الأضلاع فإنها تنصف الضلع الثالث

(١٣) جا (١٨٠ - هـ) = جا هـ

جتا (١٨٠ - هـ) = - جتا هـ

(١٤) جا (٩٠ + هـ) = جتا هـ

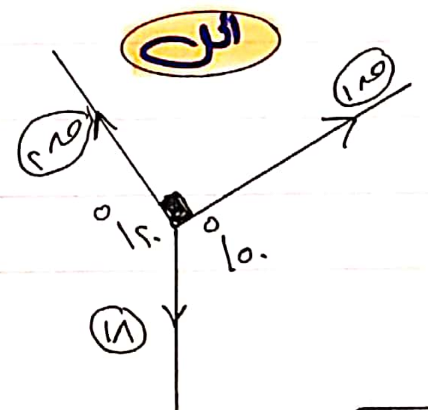
جتا (٩٠ + هـ) = - جا هـ

كفاية ملاحظات

مثال ١

ثلاث قوى مستوية مقاديرها ق١ ، ق٢ ، ١٨ نيوتن متلاقية في نقطة واحدة ومتزنة فإذا كان قياس الزاوية بين خطي عمل القوتين الأولى والثانية ٩٠° وبين الثانية والثالثة ١٢٠° أوجد ق١ ، ق٢

الحل



ق١ / جا ١٢٠° = ق٢ / جا ١٥٠° = ١٨ / جا ٩٠°

ق١ = ١٨ جا ١٢٠° / جا ٩٠° = ٩√٣ نيوتن

ق٢ = ١٨ جا ١٥٠° / جا ٩٠° = ٩ نيوتن

مثال ٢

علق ثقل مقداره ٨٠ نيوتن في طرف خيط مثبت طرفه الآخر في حائط رأسي ، أزيح الثقل بقوة عمودية على الخيط حتى أصبح مائلاً على الحائط بزاوية ٣٠° أوجد مقدار القوة والشد في الخيط

الحل

الحائط رأسي والوزن رأسي متوازيين

(١٨٠ - ٣٠) = ١٥٠°

بتطبيق قاعدة لامي

ب ، ٣٠° ، ش ، ق ، م ، ١٥٠° ، ١٢٠° ، ٨٠

ق / جا ١٥٠ = ش / جا ١٢٠ = ٨٠ / جا ٩٠

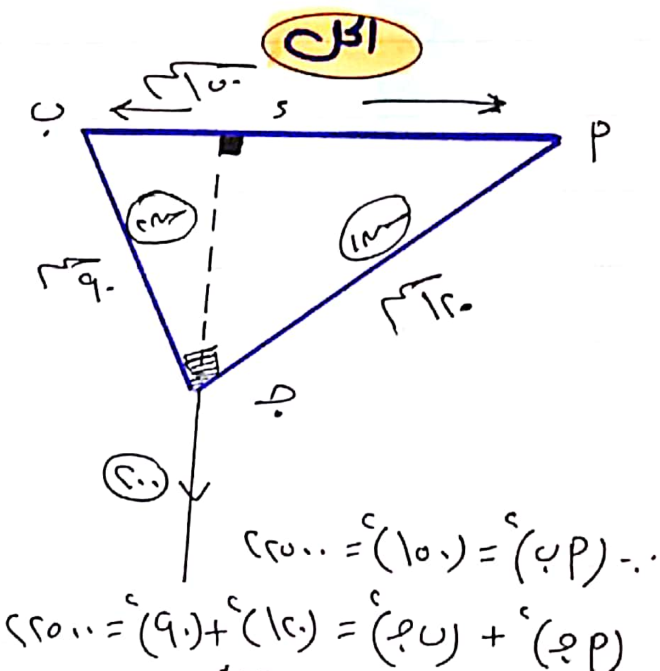
ق = ٨٠ جا ١٥٠ / جا ٩٠ = ٤٠ نيوتن

ش = ٨٠ جا ١٢٠ / جا ٩٠ = ٤٠√٣ نيوتن

مثال ٣

علق ثقل مقداره ٢٠٠ ث جم بخيطين طولاهما ٩٠ سم، ١٢٠ سم من نقطتين فى خط أفقى واحد البعد بينهما ١٥٠ سم أوجد مقدار الشد فى كل من الخيطين.

الحل



∵ $(أب)^2 = (١٥٠)^2 = ٢٢٥٠٠$

$(أجـ)^2 + (بجـ)^2 = (١٢٠)^2 + (٩٠)^2 = ٢٢٥٠٠$

∴ أ ب جـ مثلث قائم

ش١ ⊥ ب جـ

، ش٢ ⊥ أ جـ

و (٢٠٠) ⊥ أ ب

بتطبيق قاعدة مثلث القوى العمودى

∴ $\frac{ش_١}{٩٠} = \frac{ش_٢}{١٢٠} = \frac{٢٠٠}{١٥٠}$

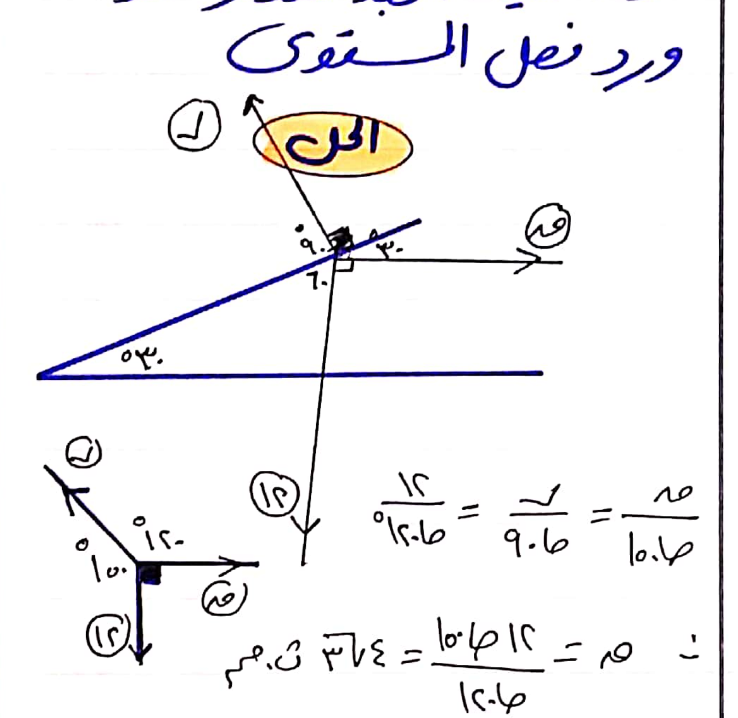
$ش_١ = \frac{٩٠ \times ٢٠٠}{١٥٠} = ١٢٠$ ث.جم

$ش_٢ = \frac{٢٠٠ \times ١٢٠}{١٥٠} = ١٦٠$ ث.جم

مثال ٤

وضع جسم وزنه ١٢ ث.كجم على مستوى أملس يميل على الافقى بزاوية قياسها ٣٠° وحفظ توازن الجسم بواسطة قوة أفقية أوجد مقدار القوة ورد فعل المستوى

الحل



$\frac{ق}{جا ١٥٠} = \frac{ر}{جا ٩٠} = \frac{١٢}{جا ١٢٠°}$

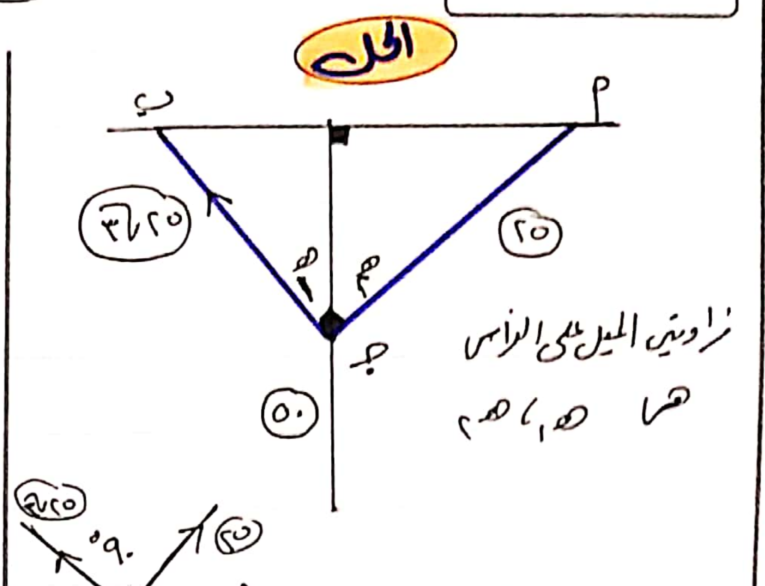
∴ $ق = \frac{١٢ جا ١٥٠}{جا ١٢٠} = ٤\sqrt{٣}$ ث.جم

$ر = \frac{١٢ جا ٩٠}{جا ١٢٠} = ٨\sqrt{٣}$ ث.جم

مثال ٥

علق ثقل قدره ٥٠ ث.جم بواسطة خيطين متساويين فإذا كان الشد فى الخيطين هما ٢٥ $\sqrt{٣}$، ٢٥ ث.جم فأوجد قياس الزاوية التى يميل بها كل من الخيطين على الرأسى

الحل



زاويتى الميل على الرأسى هـ١ ، هـ٢

$\frac{٥٠}{جا ٩٠} = \frac{٢٥}{جا(١٨٠-هـ_١)} = \frac{٢٥\sqrt{٣}}{جا(١٨٠-هـ_٢)}$

$\frac{٥٠}{جا ٩٠} = \frac{٢٥}{جا هـ_١} = \frac{٢٥\sqrt{٣}}{جا هـ_٢}$

$جا هـ_١ = \frac{٢٥ \times جا ٩٠}{٥٠} = \frac{١}{٢}$

∴ $هـ_١ = ٣٠^\circ$

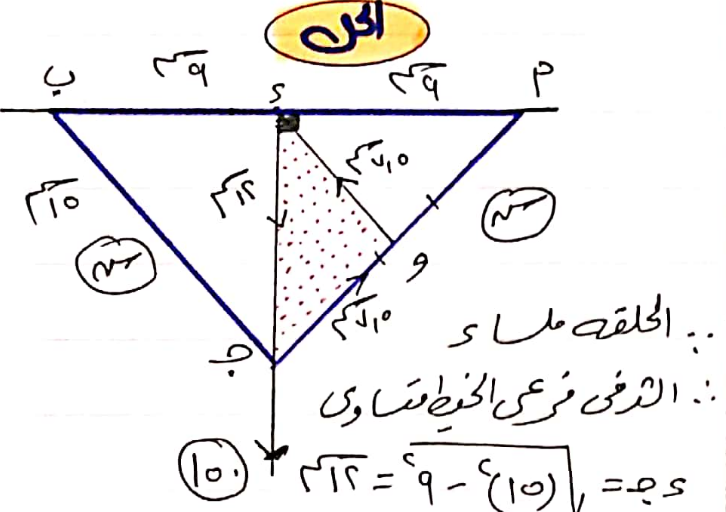
$جا هـ_٢ = \frac{٢٥\sqrt{٣}\ جا ٩٠}{٥٠} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ $هـ_٢ = ٦٠^\circ$

مثال ٦

خيط أملس طوله ٣٠ سم ، ربط من طرفيه فى نقطتين أ ، ب بحيث كان أب أفقياً وطوله = ١٨ سم فإذا انزلقت حلقة ملساء وزنها ١٥٠ ث.جم على الخيط اثبت أنه فى وضع التوازن يكون طولا فرعى الخيط متساويين ثم أوجد الشد فى كل منهما.

الحل



∵ الحلقة ملساء

∴ الشد فى فرعى الخيط متساوى

$ء جـ = \sqrt{(١٥)^٢ - ٩^٢} = ١٢$ سم

∵ ء منتصف أب ، ءو // ب جـ

∴ فإنه ينصف أجـ ∴ و جـ = ٧,٥ سم

∵ ءو متوسط خارج من رأس القائمة

= $\frac{١}{٢}$ طول الوتر = $\frac{١}{٢} \times ١٥ = ٧,٥$ سم

∴ $\frac{ش}{٧,٥} = \frac{ش}{٧,٥} = \frac{١٥٠}{١٢}$

∴ $ش = \frac{١٥٠ \times ٧,٥}{١٢} = ٩٣,٧٥$ ث جم

قروب الغاز رياضيات للعباقرة

+ + = 60

+ + = 140

+ + = 150

x + = ?

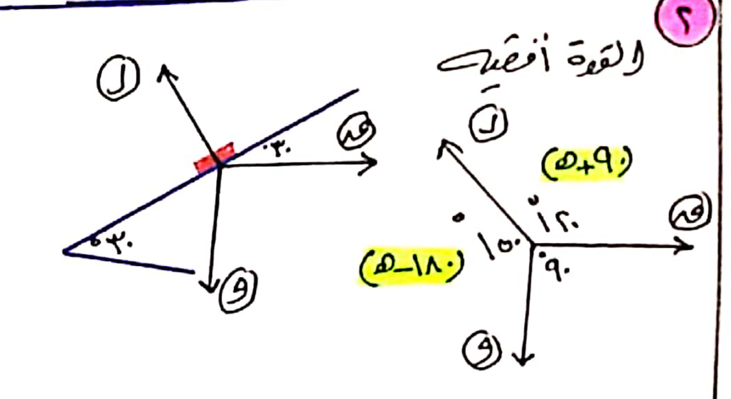
ملخص لحالات المستوى المائل

الأملس

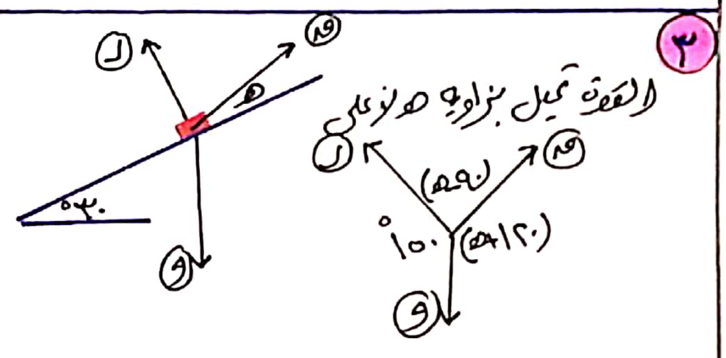
① القوة فى اتجاه خط أكبر ميل

ر ، ق ، و ، ٣٠° ، ٩٠° ، ١٥٠° ، ١٢٠° ، (١٨٠-هـ) ، (٩٠+هـ)

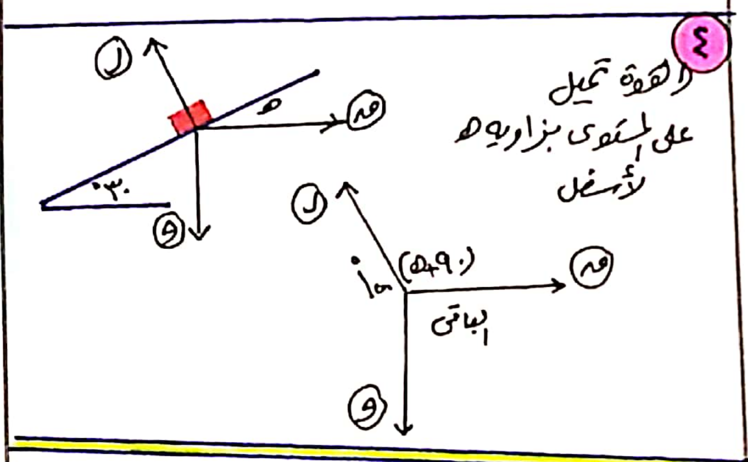
② القوة أفقية



③ القوة تميل بزاوية هـ لأعلى



④ القوة تميل على المستوى بزاوية هـ لأسفل

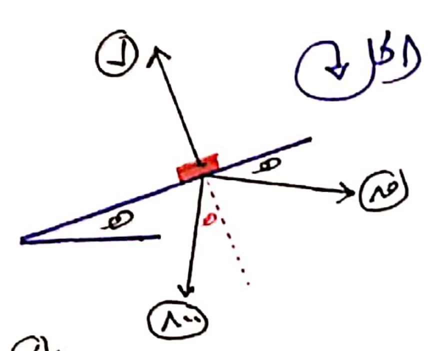


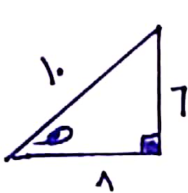
لاحظ أنه ٣٠° دى مش ثابتة دى متغيرة وبناءاً على ذلك هيتغير كل الارقام لذلك أنتم كل نوع شكله وازاى تجيب الزوايا بتاعته

مثال ٧

وضع جسم وزنه ٨٠٠ ث.جم على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها هـ حيث جاهـ = ٦ر٠ وحفظ الجسم فى حالة توازن بواسطة قوة أفقية أوجد مقدار هذه القوة ورد فعل المستوى على الجسم

الحل





جاهـ = ٦/١٠ = ٦ر٠ ، جتاهـ = ٨/١٠ = ٨ر٠

(ر ، ق ، ٨٠٠ ، (٩٠+هـ) ، (١٨٠-هـ) ، ٩٠°)

بتطبيق قاعدة لامى

ق / جا(١٨٠-هـ) = ٨٠٠ / جا(٩٠+هـ) = ر / جا٩٠°

ق / جاهـ = ٨٠٠ / جتاهـ = ر / جا٩٠

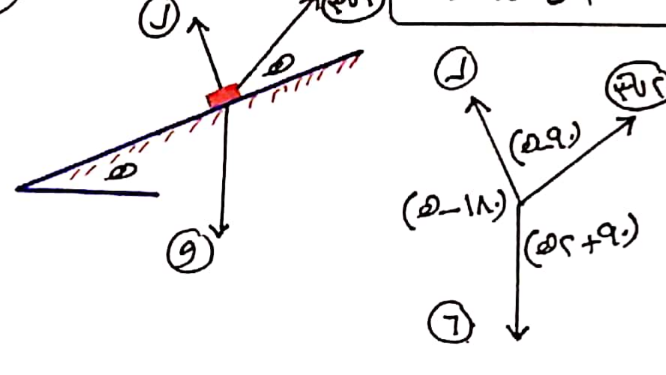
∴ ق = (٨٠٠ × جاهـ) / جتاهـ = (٨٠٠ × ٦ر٠) / ٨ر٠ = ٦٠٠ ث.جم

ر = (٨٠٠ جا٩٠) / جتاهـ = ٨٠٠ / ٨ر٠ = ١٠٠٠ ث.جم

مثال ٨

وضع جسم وزنه ٦ نيوتن على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية هـ وحفظ توازنه بواسطة قوة مقدارها ٢√٣ نيوتن وتميل على خط أكبر ميل للمستوى بزاوية هـ لأعلى أوجد قيمة هـ ورد فعل المستوى

الحل



بتطبيق قاعدة لامى

$$\frac{٦}{\text{جا}(٩٠-\text{هـ})} = \frac{\text{ر}}{\text{جا}(٩٠+٢\text{هـ})} = \frac{٢\sqrt{٣}}{\text{جا}(١٨٠-\text{هـ})}$$

$$\frac{٦}{\text{جتاهـ}} = \frac{\text{ر}}{\text{جتا}٢\text{هـ}} = \frac{٢\sqrt{٣}}{\text{جاهـ}}$$

$\therefore \frac{٢\sqrt{٣}}{\text{جاهـ}} = \frac{٦}{\text{جتاهـ}}$ $\frac{\text{مقدم}}{\text{مقدم}} = \frac{\text{تالى}}{\text{تالى}}$

$\frac{٢\sqrt{٣}}{٦} = \frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}}$ $\therefore \text{ظاهـ} = \frac{\sqrt{٣}}{٣}$

$\therefore \text{هـ} = ٣٠^\circ$

$\therefore \text{ر} = \frac{٦ \,\text{جتا}٦٠^\circ}{\text{جتا}٣٠^\circ} = ٢\sqrt{٣}$ نيوتن

مثال ٩

جسم وزنه ٦ ث كجم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية ٣٠° وحفظ بقوة شد س = $٢\sqrt{٣}$ ث كجم

أوجد قياس الزاوية التى يصنعها الخيط مع المستوى ومقدار رد فعل المستوى على الجسم

الحل

$$\frac{٢\sqrt{٣}}{\text{جا}١٥٠^\circ} = \frac{\text{ر}}{\text{جا}(١٢٠+\text{هـ})} = \frac{٦}{\text{جا}(٩٠-\text{هـ})}$$

$$\frac{٢\sqrt{٣}}{٠.٥} = \frac{\text{ر}}{\text{جا}(١٢٠+\text{هـ})} = \frac{٦}{\text{جتاهـ}}$$

$\therefore \text{جتاهـ} = \frac{٦ \times ٠.٥}{٢\sqrt{٣}}$

$\therefore \text{هـ} = ٣٠^\circ$

$\therefore \frac{\text{ر}}{\text{جا}١٥٠} = \frac{٢\sqrt{٣}}{٠.٥}$

$\therefore \text{ر} = \frac{٢\sqrt{٣}\,\text{جا}١٥٠}{٠.٥} = ٢\sqrt{٣}$ ث كجم

مثال ١٠

علق جسم وزنه ٢٠٠ ث جم بواسطة خيطين خفيفين يميل أحدهما على الرأسى بزاوية هـ ويميل الآخر على الرأسى بزاوية ٣٠° فإذا كان مقدار الشد فى الخيط الأول = ١٠٠ ث جم فأوجد هـ ومقدار الشد فى الخيط الثانى

الحل

بتطبيق قاعدة لامى

$$\frac{١٠٠}{\text{جا}١٥٠^\circ} = \frac{\text{س}}{\text{جا}(١٨٠-\text{هـ})} = \frac{٢٠٠}{\text{جا}(٣٠+\text{هـ})}$$

$\therefore \text{جا}(٣٠+\text{هـ}) = \frac{٢٠٠\,\text{جا}١٥٠}{١٠٠} = ١$

$\therefore (٣٠+\text{هـ}) = ٩٠^\circ$ $\therefore \text{هـ} = ٦٠^\circ$

$\frac{\text{س}}{\text{جاهـ}} = \frac{١٠٠}{\text{جا}١٥٠}$

$\text{س} = \frac{١٠٠\,\text{جا}٦٠^\circ}{\text{جا}١٥٠} = ١٠٠\sqrt{٣}$ ث كجم

الواجب

١ ثلاث قوى ٦٠ ، ق ، ك نيوتن متزنة وتتلاقى فى نقطة فإذا كان قياس الزاوية بين الأولى والثانية ١٢٠° وبين الثانية والثالثة ٩٠° فأوجد مقدار ق ، ك

٢ وضع جسم وزنه (و) نيوتن على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية ٣٠° وحفظ فى حالة توازن تحت تأثير قوة مقدارها ٣٦ نيوتن تعمل فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى . احسب مقدار وزن الجسم ورد الفعل .

٣ علق ثقل مقداره ٢٠٠ ث.جم بخيطين طولاهما ٦٠ سم ، ٨٠ سم من نقطتين على خط أفقى والبعد بينهما ١٠٠ سم أوجد مقدار الشد فى كل من الخيطين .

٤ علق ثقل مقداره ١٦ نيوتن فى أحد طرفى خيط خفيف مثبت طرفه الآخر فى نقطة من حائط رأسى ، أزيح بقوة عمودية على الخيط حتى أصبح الخيط فى وضع اتزان يميل على الحائط بزاوية ٣٠° احسب مقدار القوة والشد فى الخيط

٥ أزيحت كرة بندول وزنها ٦٠٠ ث جم حتى صار الخيط يصنع زاوية ٣٠° مع الرأسى تحت تأثير قوة فى اتجاه عمودى على الخيط أوجد مقدار القوة والشد فى الخيط

٦ وضع جسم وزنه ٣٠٠ ث.جم على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية ظلها $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ومنع من الانزلاق بواسطة قوة تصنع ٣٠° مع المستوى لأعلى أوجد مقدار القوة ورد الفعل

٧ علق جسم وزنه ٢٠٠ ث.جم بواسطة خيطين خفيفين يميل أحدهما على الرأسى بزاوية هـ ويميل الآخر على الرأسى بـ ٣٠° فإذا كان مقدار الشد فى الخيط الأول ١٠٠ ث.جم فأوجد هـ ومقدار الشد فى الخيط الثانى.

٨ أكمل

ثلاث قوى متساوية فى المقدار ومتلاقية فى نقطة ومتزنة فإن قياس الزاوية بين كل قوتين = ---

اللهم اغفر لى ولمن علمونى واجزهم عنى خيراً .

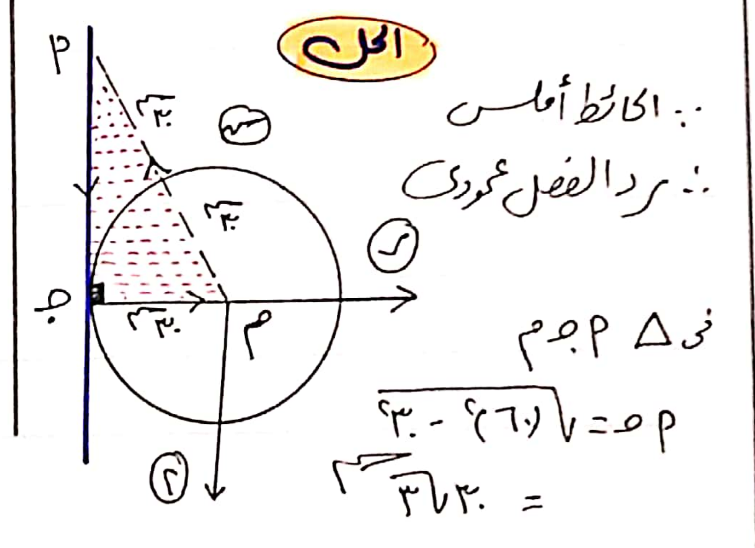
الدرس الخامس
تلاقي خطوط عمل القوى الثلاث

إذا اتزن جسم جاسئ تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازية ومستوية فإن خطوط عمل هذه القوى تتلاقى في نقطة واحدة.

مثال ١

كرة معدنية وزنها ٢ ث.كجم وطول نصف قطرها ٣٠ سم ربطت من إحدى نقط سطحها ب بخيط طوله ٣٠ سم وربط طرفه الآخر أ من نقطة في حائط رأسي أملس فاتزنت الكرة وهي مستندة على الحائط أوجد مقدار الشد في الخيط ورد فعل الحائط

الحل



∵ الحائط أملس

∴ رد الفعل عمودي

في △ أ جـ م

$أ جـ = \sqrt{(٦٠)^2 - ٣٠^2}$

$= ٣٠\sqrt{٣}$ سم

$\frac{ر}{٣٠} = \frac{ش}{٦٠} = \frac{٢}{٣٠\sqrt{٣}}$

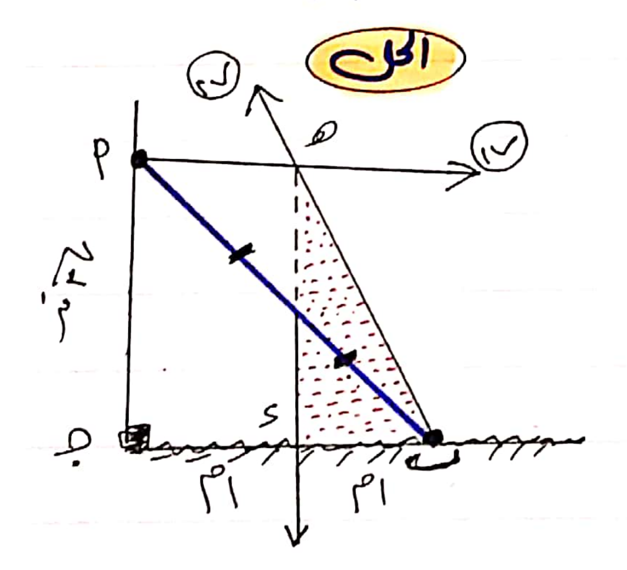
∴ $ر = \frac{٢ \times ٣٠}{٣٠\sqrt{٣}} = \frac{٢}{\sqrt{٣}} = \frac{٢\sqrt{٣}}{٣}$ ث.كجم

$ش = \frac{٢ \times ٦٠}{٣٠\sqrt{٣}} = \frac{٤}{\sqrt{٣}} = \frac{٤\sqrt{٣}}{٣}$ ث.كجم

مثال ٢

أب سلم منتظم وزنه $٨\sqrt{٣}$ ث.كجم، يرتكز بطرفه العلوي أ على حائط رأسي أملس وبطرفه السفلي ب على أرض أفقية خشنة بحيث كان الطرف العلوي يبعد عن الأرض بمقدار $٢\sqrt{٣}$ متراً والطرف السفلي يبعد عن الحائط مسافة ٢ متر أوجد مقدار الضغط على كل من الحائط والأرض.

الحل



∵ الحائط أملس ∴ $ر_١$ عمودي على الحائط
والوزن يؤثر فى المنتصف
وبامتداد الوزن و $ر_١$ يلتقوا
فى نقطة هـ ∴ $ر_٢$ يمر بـ هـ

∵ △ د ب هـ مثلث القوى
فيه د ب = ١م عارفاليه ؟
د هـ = $\sqrt{٣}$م عارفالية ؟
ب هـ = $\sqrt{(١)^٢ + (\sqrt{٣})^٢}$ = ٢م

∴ $\frac{ر_١}{١} = \frac{ر_٢}{٢} = \frac{٨\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$

∴ $ر_١ = \frac{١ \times ٨\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = ٨$ ث.كجم

$ر_٢ = \frac{٢ \times ٨\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = ١٦$ ث.كجم

مثال ٣

قضيب منتظم يرتكز بطرفيه على مستويين أملسين مائلين يصنعان مع الافقى زاويتين قياسهما ٦٠°، ٣٠°
أوجد قياس الزاوية التى يصنعها القضيب مع الافقى فى وضع التوازن وإذا كان مقدار وزنه ٢٤ نيوتن أوجد مقدار رد فعل كل من المستويين

الحل

القضيب متزن تحت تأثير ثلاث قوى
① $ر_١$ ⊥ المستوى الأول
② $ر_٢$ ⊥ المستوى الثانى
③ وزنه يؤثر فى منتصفه ويتلاقوا فى نقطة جـ

أ د ب جـ مستطيل ⟸ م هى نقطة تلاقى قطرى المستطيل
∵ جـ د قطر المستطيل يمر بالنقطة م
، ∵ جـ د رأسى ∴ ق(جـ $\hat{د}$ س) = ٩٠°
∴ ق(م $\hat{د}$ أ) = ٣٠°
، ∵ م د = م أ ∴ ق(د $\hat{أ}$ م) = ٣٠°
، ∵ ق(ص $\hat{أ}$ د) = ٦٠° لأنها متبادلة مع ق(أ $\hat{د}$ س) التوازى
∴ ق(ص $\hat{أ}$ م) = ٣٠° ⟸ زاوية الميل على الافقى
∴ القضيب يصنع ٣٠° مع الافقى

$\frac{ر_١}{جا ١٥٠°} = \frac{ر_٢}{جا ١٢٠°} = \frac{٢٤}{جا ٩٠}$

$ر_١ = \frac{٢٤ جا ١٥٠}{جا ٩٠} = ١٢$ نيوتن

$ر_٢ = \frac{٢٤ جا ١٢٠}{جا ٩٠} = ١٢\sqrt{٣}$ نيوتن

مثال ٤

قضيب منتظم طوله ٥٠ سم ووزنه ١٢٠ ث.جم علق من طرفيه تعليقاً خالصاً بواسطة خيطين ثبت طرفاهما في نقطة واحدة فإذا كان طولا الخيطين ٣٠ سم ، ٤٠ سم على الترتيب فأوجد مقدار الشد في كل منهما.

الحل

∵ ش١ ، ش٢ تتلاقيان في جـ

∴ الوزن يمر بنقطة جـ

∵ (أب)² = (٥٠)² = ٢٥٠٠

، ∵ (أجـ)² + (ب جـ)² = (٣٠)² + (٤٠)²

= ٢٥٠٠

∴ ق(∠أجـب) = ٩٠°

∵ د منتصف أب [لأن الوزن يؤثر في المنتصف]

∴ جـد = أد = ب د

∴ ق(∠أ) = ق(∠أجـد)

، ق(∠ب) = ق(∠دجـب)

$\frac{ش_1}{جا ى} = \frac{ش_2}{جا هـ} = \frac{١٢٠}{جا ٩٠}$

جا هـ = $\frac{٤٠}{٥٠} = \frac{٤}{٥}$

جا ى = $\frac{٣٠}{٥٠} = \frac{٣}{٥}$

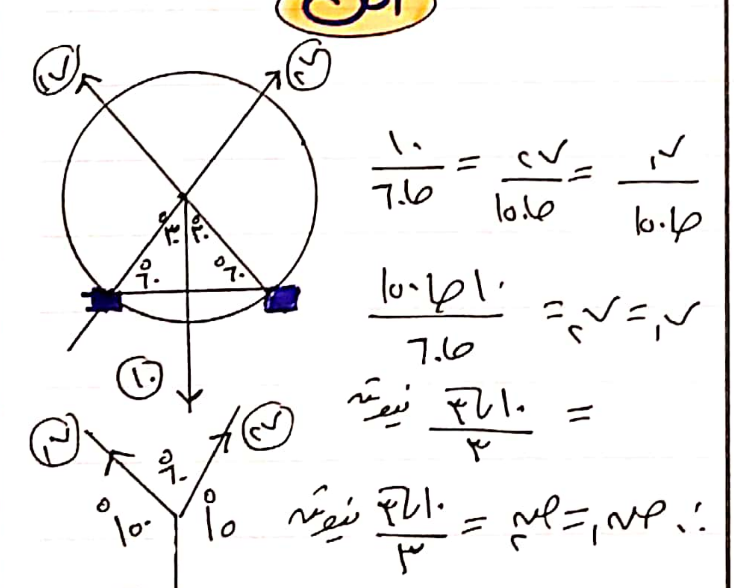
ش١ = $\frac{١٢٠ جا ى}{جا ٩٠} = \frac{١٢٠ \times \frac{٣}{٥}}{جا ٩٠}$ = ٧٢ ث.جم

ش٢ = $\frac{١٢٠ جا هـ}{جا ٩٠} = \frac{١٢٠ \times \frac{٤}{٥}}{جا ٩٠}$ = ٩٦ ث.جم

مثال ٥

كرة معدنية ترتكز على قضيبين متوازيين يقعان في مستوى أفقي واحد والبعد بينهما = طول نصف قطر الكرة.
أوجد الضغط على كل منهما إذا كان وزن الكرة = ١٠ نيوتن

الحل

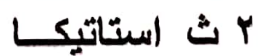


$\frac{ر_1}{جا ١٥٠} = \frac{ر_2}{جا ١٥٠} = \frac{١٠}{جا ٦٠}$

ر١ = ر٢ = $\frac{١٠ جا ١٥٠}{جا ٦٠}$

= $\frac{١٠\sqrt{٣}}{٣}$ نيوتن

∴ ر١ = ر٢ = $\frac{١٠\sqrt{٣}}{٣}$ نيوتن



مثال ٦

علقه ثقل مقداره ١٦ نيوتن من أحد طرفي خيط خفيف طوله ٥٠ سم مثبت طرفه الآخر في نقطة من سقف حجرة ، أزيح الثقل بقوة أفقية حتى اتزن وهو على بعد ٤٠ سم من السقف أوجد مقدار القوة الأفقية والشد في الخيط

الحل

∵ △ أ ب جـ قائم الزاوية في جـ

من فيثاغورث

∴ أ جـ = $\sqrt{(50)^2 - (40)^2}$ = ٣٠ سم

بتطبيق قاعدة مثلث القوى

∴ $\frac{16}{40} = \frac{ق}{30} = \frac{ش}{50}$

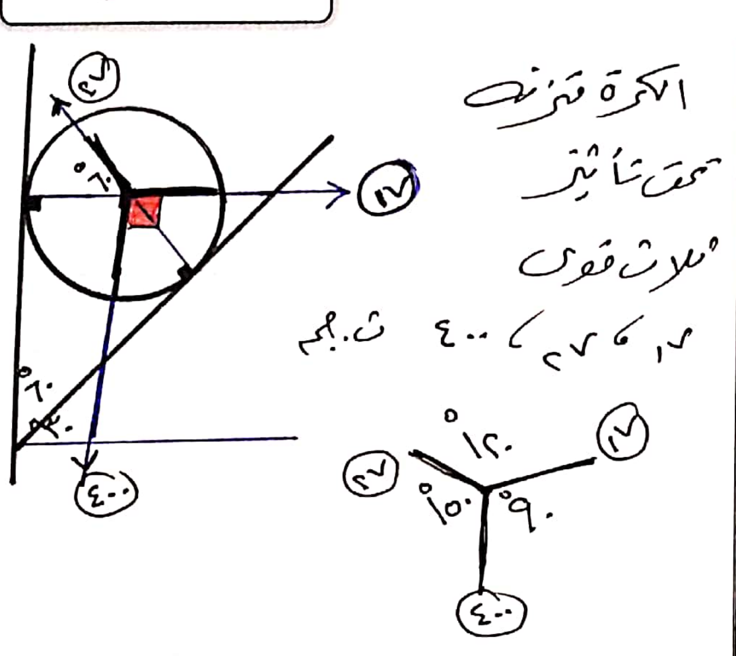
∴ ق = $\frac{16 \times 30}{40}$ = ١٢ نيوتن

ش = $\frac{16 \times 50}{40}$ = ٢٠ نيوتن

مثال ٧

كرة معدنية وزنها ٤٠٠ ث.جم يؤثر في مركزها موضوعة بين مستويين أملسين أحدهما رأسي والآخر يميل على الرأسي بزاوية ٦٠° أوجد رد فعل كل من المستويين

الحل



الكرة متزنة تحت تأثير ثلاث قوى

١٧ ، ٢٧ ، ٤٠٠ ث.جم

١٢٠° ، ١٥٠° ، ٩٠°

$\frac{400}{\text{جا } 120°} = \frac{27}{\text{جا } 90°} = \frac{17}{\text{جا } 150°}$

∴ ١٧ = $\frac{400 \text{ جا } 150°}{\text{جا } 120°}$ = ٢٣٠,٩ ث.جم

٢٧ = $\frac{400 \text{ جا } 90°}{\text{جا } 120°}$ = ٤٦١,٩ ث.جم

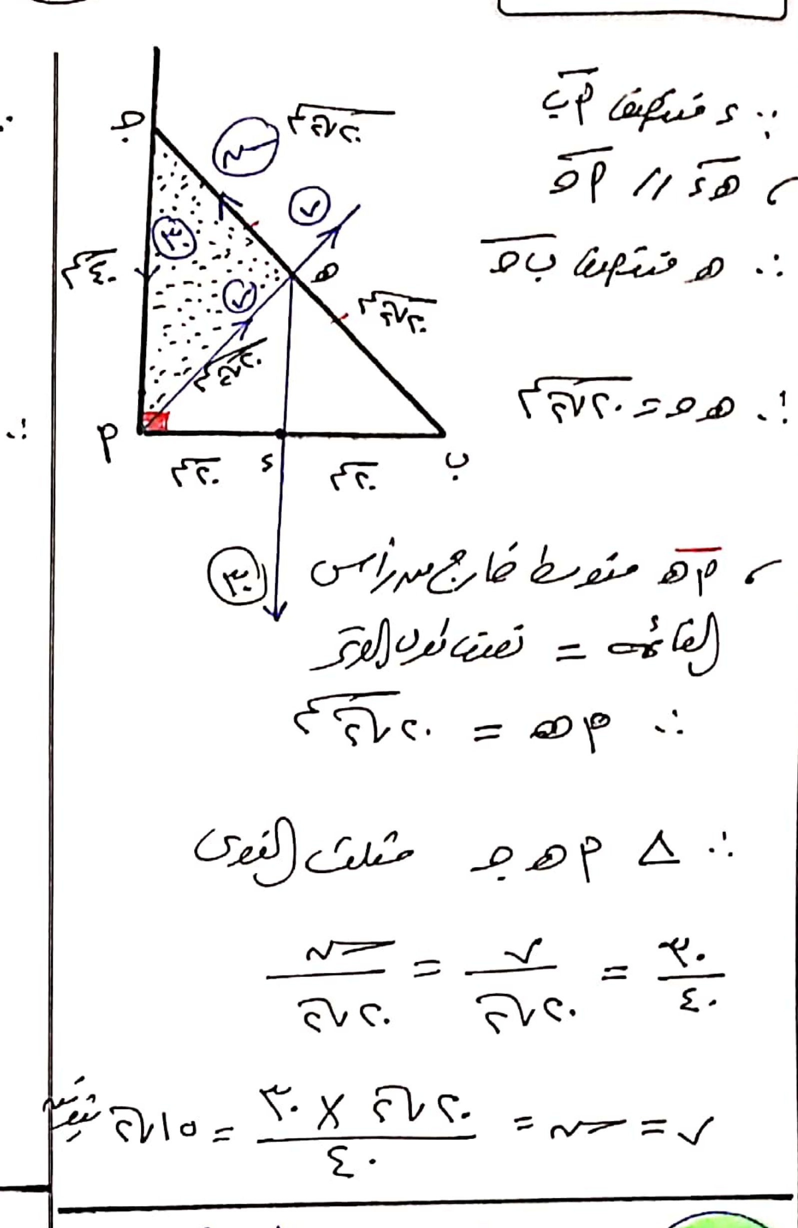
مثال ٨

أ ب قضيب منتظم طوله ٤٠ سم ووزنه ٣٠ نيوتن متصل بمفصل في حائط رأسي عند أ ، حفظ القضيب في وضع أفقي بواسطة خيط خفيف ، يتصل بطرف القضيب عند ب وبنقطة جـ تعلو أ رأسياً بمسافة ٤٠ سم أوجد الشد في الخيط ورد الفعل عند أ

الحل

△ أ ب جـ قائم الزاوية في أ

∴ ب جـ = $\sqrt{(40)^2 + (40)^2}$ = ٤٠$\sqrt{2}$ سم



∵ د منتصف أ ب

، هـ د // أ جـ

∴ هـ منتصف ب جـ

∴ هـ د = ٢٠√٢ سم

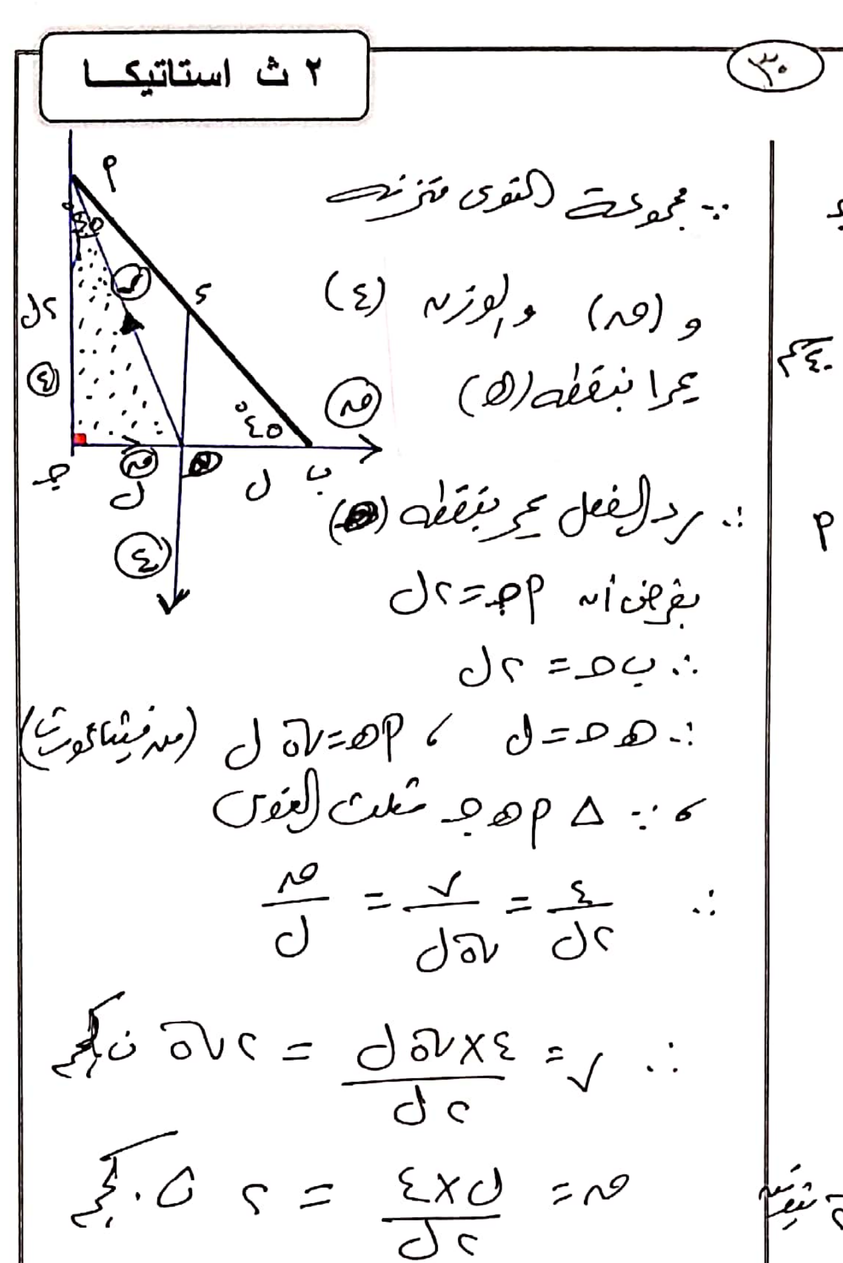
، أ هـ متوسط خارج من رأس القائمة = نصف طول الوتر

∴ أ هـ = ٢٠√٢ سم

∵ Δ أ هـ جـ مثلث القوى

∴ $\frac{ش}{٢٠\sqrt{٢}} = \frac{ر}{٢٠\sqrt{٢}} = \frac{٣٠}{٤٠}$

ر = ش = $\frac{٣٠ \times ٢٠\sqrt{٢}}{٤٠}$ = ١٥√٢ ث.جم



∵ مجموعة القوى متزنة

و (ش) والوزن (٤) يمرا بنقطة (هـ)

∴ رد الفعل يمر بنقطة (هـ)

بفرض أن أ جـ = ٢ ل

∴ ب جـ = ٢ ل

∴ هـ جـ = ل ، أ هـ = √٥ ل (من فيثاغورث)

، ∵ Δ أ هـ جـ مثلث القوى

∴ $\frac{٤}{٢ل} = \frac{ر}{\sqrt{٥}ل} = \frac{ش}{ل}$

∴ ر = $\frac{٤ \times \sqrt{٥}ل}{٢ل}$ = ٢√٥ ث.جم

ش = $\frac{٤ \times ل}{٢ل}$ = ٢ ث.جم

مثال ٩

أ ب قضيب منتظم يتصل طرفه أ بمفصل مثبت في حائط رأسي . أثرت في الطرف ب قوة أفقية حتى تزن القضيب عندما كان يميل على الحائط بزاوية قياسها ٤٥° فإذا كان وزن القضيب ٤ ث.جم ويؤثر في منتصفه أوجد مقدار القوة ورد فعل المفصل على القضيب

الحل

(ياعبادي إنكم تخطئون في الليل والنهار وأنا أغفر الذنوب جميعاً فاستغروني أغفر لكم)

صحيح مسلم

استغفر الله العظيم

الواجب

(١) كرة منتظمة ملساء وزنها ١٠ ث.جم وطول نصف قطرها ٣٠ سم علقت من نقطة على سطحها بأحد طرفي خيط خفيف طوله ٣٠ سم ومثبت طرفه الآخر في نقطة من حائط رأسي أملس. أوجد في وضع التوازن مقدار الشد في الخيط ورد فعل الحائط على الكرة

(٢) كرة معدنية ترتكز على قضيبين متوازيين يقعان في مستوى أفقي واحد والبعد بينهما يساوي طول نصف قطر الكرة.
أوجد الضغط على كلا القضيبين إذا كان وزن الكرة يساوي ٢٠ نيوتن.

(٣) قضيب منتظم طوله ١٠٠ سم ووزنه ١٢٠ ث جم علق من طرفيه تعليقاً حالياً بواسطة خيطين تثبت طرفاهما في نقطة واحدة فإذا كان طولا الخيطين ٦٠ سم ، ٨٠ سم على الترتيب فأوجد مقدار الشد في كل منهما.

(٤) كرة معدنية وزنها ٢٠٠ ث جم تستقر في حركتها من التوقف بين مستويين أملسين أحدهما رأسي والآخر يميل على الرأسي بزاوية ٣٠° ، أوجد رد فعل كل من المستويين.

(٥) أب قضيب منتظم وزنه ٢٠ ث كجم يتصل طرفه أ بمفصل مثبت في حائط رأسي أثرت قوة أفقية ق على القضيب عند ب فاتزن وهو يميل على الرأسي بزاوية قياسها ٣٠° أوجد مقدار ق ورد فعل المفصل.

الحمد لله

تم الانتهاء من جزء الاستاتيكا

